

# 目 次

序 文	i
まえがき	iii
<b>第1章 序 論</b>	<b>1</b>
1.1 本書の目的 . . . . .	1
1.2 本書の構成 . . . . .	2
1.3 その他の特徴 . . . . .	4
<b>第2章 代数的記述による3次元幾何学</b>	<b>7</b>
2.1 ベクトル . . . . .	7
2.2 基底と成分 . . . . .	9
2.3 内積とノルム . . . . .	10
2.4 ベクトル積 . . . . .	12
2.5 スカラ三重積 . . . . .	15
2.6 射影, 反射影, 反射, 鏡映 . . . . .	18
2.7 回 転 . . . . .	20
2.8 平 面 . . . . .	22
2.9 直 線 . . . . .	24
2.10 平面と直線の関係 . . . . .	29
2.10.1 1点と直線を通る平面 . . . . .	29
2.10.2 平面と直線の交点 . . . . .	30

2.10.3 2平面の交線 . . . . .	31
補 足 . . . . .	32
演習問題 . . . . .	33
<b>第3章 斜交座標</b>	<b>37</b>
3.1 相反基底 . . . . .	37
3.2 相反成分 . . . . .	39
3.3 内積, ベクトル積, スカラ三重積 . . . . .	41
3.4 計量テンソル . . . . .	42
3.5 表現の相反関係 . . . . .	44
3.6 座標系の変換 . . . . .	46
補 足 . . . . .	51
演習問題 . . . . .	51
<b>第4章 ハミルトンの四元数代数</b>	<b>55</b>
4.1 四元数 . . . . .	55
4.2 四元数の代数系 . . . . .	56
4.3 共役四元数, ノルム, 逆元 . . . . .	58
4.4 四元数による回転の表示 . . . . .	59
補 足 . . . . .	65
演習問題 . . . . .	66
<b>第5章 グラスマンの外積代数</b>	<b>67</b>
5.1 部分空間 . . . . .	67
5.1.1 直 線 . . . . .	67
5.1.2 平 面 . . . . .	68
5.1.3 空 間 . . . . .	70

目次	iii
----	-----

5.1.4 原 点 . . . . .	72
5.2 外積代数 . . . . .	72
5.2.1 外積の公理 . . . . .	72
5.2.2 基底による表現 . . . . .	73
5.3 縮 約 . . . . .	75
5.3.1 直線の縮約 . . . . .	75
5.3.2 平面の縮約 . . . . .	76
5.3.3 空間の縮約 . . . . .	77
5.3.4 縮約のまとめ . . . . .	79
5.4 ノルム . . . . .	81
5.5 双 対 . . . . .	84
5.5.1 直交補空間の表現 . . . . .	84
5.5.2 基底による表現 . . . . .	86
5.6 直接表現と双対表現 . . . . .	89
補 足 . . . . .	91
演習問題 . . . . .	93
<b>第 6 章 幾何学積とクリフォード代数</b>	<b>97</b>
6.1 グラスマン代数系 . . . . .	97
6.2 クリフォード代数系 . . . . .	99
6.3 奇多重ベクトルと偶多重ベクトル . . . . .	100
6.4 グラスマン代数の実現 . . . . .	102
6.5 幾何学積の性質 . . . . .	103
6.5.1 縮約と外積による表現 . . . . .	104
6.5.2 逆 元 . . . . .	105
6.6 射影, 反射影, 反射, 鏡映 . . . . .	108

6.7	幾何学積による回転の表示 . . . . .	109
6.7.1	鏡映による表現 . . . . .	109
6.7.2	面積要素による表現 . . . . .	111
6.7.3	回転子の指数表現 . . . . .	112
6.8	ベクトル作用子 . . . . .	113
補	足 . . . . .	115
	演習問題 . . . . .	116

## 第7章 同次空間とグラスマン-ケイリー代数 119

7.1	同次空間 . . . . .	119
7.2	無限遠点 . . . . .	120
7.3	直線のプリュッカーベクトル . . . . .	122
7.3.1	直線の表現 . . . . .	122
7.3.2	直線の方程式 . . . . .	123
7.3.3	直線の計算 . . . . .	124
7.4	平面のプリュッカーベクトル . . . . .	125
7.4.1	平面の表現 . . . . .	126
7.4.2	平面の方程式 . . . . .	127
7.4.3	平面の計算 . . . . .	127
7.5	双対表現 . . . . .	130
7.5.1	直線の双対表現 . . . . .	131
7.5.2	平面の双対表現 . . . . .	132
7.5.3	点の双対表現 . . . . .	132
7.6	双対定理 . . . . .	133
7.6.1	双対点, 双対直線, 双対平面 . . . . .	133
7.6.2	結合と交差 . . . . .	134

7.6.3 点と直線の結合と平面と直線の交差 . . . . .	136
7.6.4 2点の結合と2平面の交差 . . . . .	137
7.6.5 3点の結合と3平面の交差 . . . . .	138
補 足 . . . . .	140
演習問題 . . . . .	143
<b>第8章 共形空間と共形幾何学—幾何学的代数—</b>	<b>145</b>
8.1 共形空間の内積 . . . . .	145
8.2 点, 平面, 球面の表現 . . . . .	147
8.2.1 点の表現 . . . . .	147
8.2.2 平面の表現 . . . . .	148
8.2.3 球面の表現 . . . . .	150
8.3 共形空間のグラスマン代数 . . . . .	150
8.3.1 直線の直接表現 . . . . .	150
8.3.2 平面の直接表現 . . . . .	152
8.3.3 球面の直接表現 . . . . .	152
8.3.4 円周と点対の直接表現 . . . . .	153
8.4 双対表現 . . . . .	154
8.4.1 平面の双対表現 . . . . .	155
8.4.2 直線の双対表現 . . . . .	156
8.4.3 円周, 点対, 平坦点の双対表現 . . . . .	157
8.5 共形空間のクリフォード代数 . . . . .	158
8.5.1 内積と外積の幾何学積による表現 . . . . .	159
8.5.2 並進子 . . . . .	160
8.5.3 回転子と運動子 . . . . .	162
8.6 共形幾何学 . . . . .	163

8.6.1 共形変換とベクトル作用子 . . . . .	164
8.6.2 鏡映子 . . . . .	165
8.6.3 反転子 . . . . .	168
8.6.4 拡大子 . . . . .	170
8.6.5 ベクトル作用子と共形変換 . . . . .	173
補 足 . . . . .	176
演習問題 . . . . .	177
<b>第9章 カメラの幾何学と共形変換</b>	<b>181</b>
9.1 透視投影カメラ . . . . .	181
9.2 魚眼レンズカメラ . . . . .	184
9.3 全方位カメラ . . . . .	187
9.4 全方位画像の3次元解釈 . . . . .	188
9.5 双曲面と楕円面による全方位カメラ . . . . .	191
補 足 . . . . .	195
演習問題 . . . . .	196
<b>関連図書</b>	<b>198</b>
<b>演習問題の解答</b>	<b>203</b>
<b>索 引</b>	<b>222</b>