画像の特徴点に共分散行列は本当に必要か?

金澤 靖 *　　金谷 健一 †

* 豊橋技術科学大学 知識情報工学系　† 群馬大学 工学部 情報工学科

我々は従来より画像の特徴点の位置の不確定性を共分散行列によって表現し，それに基づいた最適化推定の手法を開発してきた．本稿では，まず従来から提案されている画像の濃淡値から共分散行列を計算する方法を統一的に定式化し，それが本当に特徴点の位置の精度を反映しているのかどうかを可変テンプレートマッチングによるサブ画素補正を行うことにより，実験的に検証する．そして，このような共分散行列を用いた場合に射影変換行列および基礎行列の最適計算の精度が向上するかどうかを調べる．これらの結果を画像間の対応づけのための半自動的システムへ応用する．

キーワード: 特徴抽出，共分散行列，テンプレートマッチング，統計的最適化，射影変換，基礎行列

Do we really have to consider covariance matrices for image feature points?

Yasushi Kanazawa* and Kenichi Kanatani†

*Department of Knowledge-based Information Engineering
Toyohashi University of Technology, Toyohashi, Aichi 441-8580 Japan

†Department of Computer Science
Gunma University, Kiryu, Gunma 376-8515 Japan

We have explored various statistical optimization techniques based on covariance matrices that characterize the uncertainty of the positions of feature points in the images. We first describe how to compute the covariance matrix of a feature point from the gray levels by integrating existing methods. Then, we experimentally examine if thus computed covarinace matrices really reflect the accuracy of the feature positions. For this purpose, we observe the correlation between the feature covariance and the amount of subpixel correction resulting from variable template matching, using real images. We also test if the accuracy of computing the homography and the fundamental matrices from two images can be really improved by statistical optimization based on the covariance matrices. Finally, we apply our results to semi-automatic systems for matching two images.

Key words: feature extraction, covariance matrix, template matching, statistical optimization, homography, fundamental matrix

謝辞: 本研究に関して有益な議論を頂いた群馬大学の太田直哉助教授，(株) 朋栄の松永力氏，オーストラリア Adelaide 大学の Mike Brooks 教授，ドイツ Machine Intelligence Consulting の Christopher Howard 氏に感謝します．本研究の一部は文部省科学研究費基盤研究 C (2) (No. 11680377) によった．

*441-8580 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1–1, 豊橋技術科学大学知識情報工学系，Tel: (0532)44-6888，Fax: (0532)44-6873
†376-8515 桐生市天神町 1–5–1, 群馬大学工学部情報工学科，Tel: (0277)30-1841，Fax: (0277)30-1801
E-mail: kanazawa@tutkie.tut.ac.jp, kanatani@cs.gunma-u.ac.jp

1. 序論

我々は従来から画像の特徴点に基づく解析 (3 次元復元，キャリブレーション，モザイク生成等) において，特徴点の位置の信頼性を共分散行列によって評価し，それに基づく統計的最適推定の手法を開発してきた [6, 7, 8]．どの特徴点の信頼性もほぼ一定で，特に方向依存性がなければ共分散行列を考える必要はない．そうでない場合に対して，共分散行列を画像の濃淡値から計算する方法がいろいろ提案されている [1, 9, 11, 12]．

しかし，このようにして求めた共分散行列は本当に特徴点の精度を反映しているのであろうか．その共分散行列を用いれば一様等方誤差を仮定するよりもよい結果が得られるのであろうか．確かにシミュレーション例では効果があるが，それは仮定した共分散行列に基づいて誤差を発生させているからである．しかし，実画像の特徴点の位置の誤差分布を濃淡値から定めた共分散行列に結び付けてよいのであろうか．これに対してこれまで多くの人から疑念が出されながら，明確な解答が与えられていなかった．

本研究では，まず画像の濃淡値から共分散行列を計算する方法を統一的に定式化し，テンプレートマッチングにより特徴点を対応させる精度と個々の画像から評価した共分散行列との間の相関を調べる．さらに，このような共分散行列を用いた最適推定によって射影変換行列や基礎行列の計算の精度が本当に向上するかどうかを調べる．そして応用として画像の特徴点の対応づけを半自動的に行うシステムへの応用を考える．

2. 特徴点の共分散行列

画像中の特徴点には，マウス等による手動抽出であっても SUSAN [13] や Harris オペレータ [2] 等による自動抽出であっても，検出した位置には不確定さがある．その真の位置を $(\bar{x}, \bar{y})$ とし，観測位置を (x, y) とすると，誤差 $\Delta x = x - \bar{x}$, $\Delta y = y - \bar{y}$ は確率変数とみなせる．その共分散行列を次のように表わす．

$$\begin{pmatrix} E[\Delta x^2] & E[\Delta x \Delta y] \\ E[\Delta y \Delta x] & E[\Delta y^2] \end{pmatrix} = \epsilon^2 \Sigma^0 \tag{1}$$

ただし $E[\cdot]$ は期待値を表わす．ϵ は誤差の絶対的な大きさを表わす定数であり，ノイズレベルと呼ぶ．Σ^0 は誤差の相対的な大きさおよび方向依存性を表わす行列であり，正規化共分散行列と呼ぶ [3]．

このように共分散行列をノイズレベルと正規化共分散行列とに分けた形で表わす一つの理由は，誤差の絶対的な大きさを推定するのが通常は困難であるのに対して，誤差の相対的な大きさや方向依存性はセンサの特性や画像処理アルゴリズムから推測できる場合が多いからである．もう一つの理由は，最適化計算において通常は共分散行列の定数倍は解に影響しないので [3]，共分散行列は定数倍を除いて推定すれば十分だからである．

以下，正規化共分散行列 Σ^0 を定数倍を除いて定める方法を考える．誤差の特性が場所や方向に依存しない場合 (一様等方誤差) では次のデフォルト値を用いればよい．

$$\Sigma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

誤差の特性が場所や方向に依存する場合 (非一様非等方誤差) の共分散行列の評価法は主として，残差から計算する方法 [9, 11] と微分に基づく方法 [1, 12] とに大別できる．

2.1 残差に基づく方法

着目する特徴点 p を中心とする一定の大きさの正方格子を $\mathcal{N}_p$ とする．(i, j) 画素の濃淡値を $I(i, j)$ とし，点 p の近傍の (自己) 残差[1]を次のように定義する．

$$J(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \in \mathcal{N}_p} w_{ij} \Big(I(i+x, j+y) - I(i, j) \Big)^2 \tag{3}$$

x, y は実数であり，w_{ij} は適当な (例えばガウス型) 重みである．画像の濃淡値 $I(i, j)$ は適当な補間によって連続関数として定義されるとする．これは $x = y = 0$ で最小値をとる非負の関数であるから，これを原点 $(0, 0)$ の適当な近傍 $\mathcal{X}$ で次の形の 2 次関数で近似する．

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \frac{1}{2}(n_1 x^2 + 2 n_2 xy + n_3 y^2) \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} H \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{4}$$

ただしヘッセ行列 H を次のように置いた．

$$H = \begin{pmatrix} n_1 & n_2 \\ n_2 & n_3 \end{pmatrix} \tag{5}$$

要素 n_1, n_2, n_3 は最小二乗法によって

$$\iint_{\mathcal{X}} w(x, y) \Big(J(x, y) - g(x, y) \Big)^2 dx dy \to \min \tag{6}$$

となるように定める．ここに $w(x, y)$ は適当な重みであり，代表的なものにガウス型重み

$$w(x, y) = e^{-(x^2+y^2)/\sigma^2} \tag{7}$$

[1] 右辺を展開すれば，第 3 項 $\sum_{(i,j) \in \mathcal{N}_p} w_{ij} I(i, j)^2 / 2$ は定数であり，第 1 項 $\sum_{(i,j) \in \mathcal{N}_p} w_{ij} I(i+x, j+y)^2 / 2$ が x, y にあまり依存しないなら，これは (重みつき) 自己相関関数 $\sum_{(i,j) \in \mathcal{N}_p} w_{ij} I(i + x, j + y) I(i, j)$ の符号を変えたものとみなせる．

およびギブス型重み

$$w(x,y) = e^{-J(x,y)/\sigma^2} \tag{8}$$

がある．σ は適当な定数である．

最小化 (6) の解 $\boldsymbol{n} = (n_1, n_2, n_3)^\top$ は，式 (6) を x, y で微分して 0 と置くことにより，次の正規方程式の解として与えられる．

$$\frac{1}{2}\boldsymbol{A}\boldsymbol{n} = \boldsymbol{b} \tag{9}$$

行列 $\boldsymbol{A}$ とベクトル $\boldsymbol{b}$ は次のように定義される．

$$\begin{aligned}\boldsymbol{A} &= \iint_{\mathcal{X}} w(x,y)\boldsymbol{m}(x,y)\boldsymbol{m}(x,y)^\top dxdy \\ \boldsymbol{b} &= \iint_{\mathcal{X}} w(x,y)J(x,y)\boldsymbol{m}(x,y)dxdy\end{aligned} \tag{10}$$

ただし $\boldsymbol{m}(x,y) = (x^2, 2xy, y^2)^\top$ と置いた．積分 $\iint_{\mathcal{X}} dxdy$ は領域 $\mathcal{X}$ 内を適当にサンプルして数値的に評価する．解 $\boldsymbol{n}$ が求まれば式 (6) のヘッセ行列 H が定まる．そこでその逆行列を正規化共分散行列 Σ^0 と定義する [9, 11]．

$$\Sigma^0 = H^{-1} \tag{11}$$

2.2 微分に基づく方法

式 (3) において補正量 x, y が小さいと仮定し，$I(i+x, j+y)$ をテイラー展開して 1 次の項で近似すれば次のようになる．

$$J = \frac{1}{2}\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}(I_i x + I_j y)^2 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} H \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \tag{12}$$

添え字の i, j は偏微分を表わす．ヘッセ行列 H は次のように表わされる．

$$H = \begin{pmatrix} \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}{I_i}^2 & \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}I_iI_j \\ \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}I_jI_i & \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}{I_j}^2 \end{pmatrix} \tag{13}$$

その逆行列を正規化共分散行列 Σ^0 と定義する [1, 12]．

$$\Sigma^0 = H^{-1} \tag{14}$$

偏微分 I_i, I_i を計算するには平滑化を伴なった微分フィルタを適用する (付録参照)．

2.3 理論的背景

残差から計算する方法も微分に基づく方法も，共に残差のヘッセ行列 H の逆行列を正規化共分散行列とするものであり，違いは着目する特徴点 p の近傍 $\mathcal{N}_p$ で平均的に近似するか，p の周りのテイラー展開から計算するかのみである．

ヘッセ行列 H は残差曲面の曲率を表わす量であり [4]，曲率が大きいことは p の近傍の濃淡値が p からわずかに移動すると急激に変化することを意味する．したがってテンプレートマッチングによって特徴点を抽出するとき位置を定めやすい．逆に曲率が小さいと p の周辺の濃淡値の変化が少ないので位置が定めにくい．このことから，ヘッセ行列 H の逆行列が位置の不確定さを表わしているとみなすことは直観的には妥当であろう．

数学的には次のように定式化される．式 (3) は $x = y = 0$ において最小値 $J(0,0) = 0$ をとるが，マッチさせるものが $I(i,j)$ ではなく，それにランダム誤差の加わった

$$I'(i,j) = I(i,j) + \varepsilon(i,j) \tag{15}$$

であるとすると，

$$J = \frac{1}{2}\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}\Big(I(i+x, j+y) - I'(i,j)\Big)^2 \tag{16}$$

はもはや $x = y = 0$ で最小値をとるとは限らない．これが最小となる x, y はランダム誤差 $\varepsilon(i,j)$ に依存するので確率変数となる．正規化共分散行列をヘッセ行列 H の逆行列とすることは，J を最小とする (x,y) の確率分布を次のような正規分布の形で近似することと等価である．

$$p(x,y) \approx \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} H \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}/2\sigma^2} \tag{17}$$

ただし σ は適当な定数である．ヘッセ行列 H の定義より，式 (17) は次式と等価となる．

$$p(x,y) \approx \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-J(x,y)/\sigma^2} \tag{18}$$

残差 J を最小にする位置の分布をその残差 J(物理的類推からしばしばエネルギーと呼ばれる) に対するこのようなギブス分布とみなすことは経験的に多くの場面で成り立つ．特に式 (15) の $\epsilon(x,y)$ が各点で独立な期待値 0，標準偏差 σ の正規分布に従い，式 (16) で $I(i+x, j+y)$ が x, y の 1 次式であるときにはこの性質が厳密に成り立つ [1]．実際 Singh [11] は $e^{-J(x,y)/\sigma^2}$ を離散的にサンプルし，サンプル共分散行列として正規化共分散行列 $\Sigma^0 = H^{-1}$ を推定している．

例えば x, y が小さいと仮定して $I(i+x, j+y)$ をテイラー展開して 1 次式で近似すれば，この性質が近似的に成り立つ．このとき式 (16) は

$$J \approx \frac{1}{2}\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}\Big(I + I_i x + I_j y - I'\Big)^2 \to \min \tag{19}$$

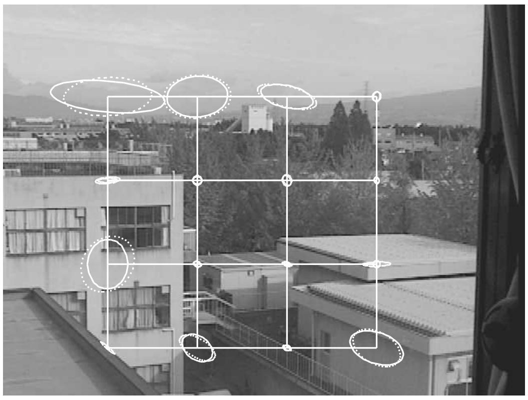


図 1: 特徴点とその共分散行列．実線: 残差に基づくもの．破線: 微分に基づくもの．

図 2: 人手で選んだ特徴点．

図 3: 特徴抽出オペレータによる特徴点．

となり，これはオプティカルフロー検出における勾配拘束条件 [3, 10]

$$I_i x + I_j y = I' - I \tag{20}$$

に点 p の近傍 $\mathcal{N}_p$ で重み付き最小二乗法を適用した結果と解釈できる [3]．実際，式 (13) のヘッセ行列 H の逆行列として定めた式 (14) は検出したオプティカルフローの信頼性を表わす共分散行列として利用されている [10]．ヘッセ行列 H の行列式が 0 になるのは濃淡値が少なくともある 1 方向に一定のときヘッセ行列 H の行列式が 0 になり，アパチャー (開口) 問題と呼ばれる現象が生じる．

2.4 実画像例

図 1は画像内に任意に 3×3 の格子を設定し，各格子点における共分散行列を評価し，各方向の標準偏差を表わす楕円 [3] として表示したものである．定数倍の不定性があるので，見やすいようにスケールを調節してある．実線は残差によるもの，破線は微分によるものを示す．両者はほぼ等しいが，微分による共分散行列の方が若干実画像の特徴を反映しているように見える．

一方，マウスを用いて人手で特徴点を選んだ場合を図 2に示す．これを見ると，どの特徴点も信頼性はほぼ等しくほぼ等方である．この理由は，人間は無意識に濃淡変化のない部分やテクスチャが一様な部分やエッジ上の点などを避け，物体の頂点や孤立点などの見つけやすい特徴を選ぶ傾向があるからである．このような "見つけやすい" 点は，比較的方向依存性を持たない点であり，そのような点を特徴点として用いた場合，正規化共分散行列は式 (2) のデフォルト値でも十分である．

図 3は特徴抽出オペレータにより抽出した場合である．ここでは SUSAN [13] を用いた．この場合も各点の信頼性はほぼ等しくほぼ等方である．この理由は，特徴抽出オペレータはどれも計算法はそれぞれ異なっていても，実質的に共分散行列を計算し，等方的なものに高い評価を与え，評価の高いもののみを出力するように設計されているためである．例えば Harris オペレータ [2] では式 (13) のヘッセ行列 H を直接に計算している．

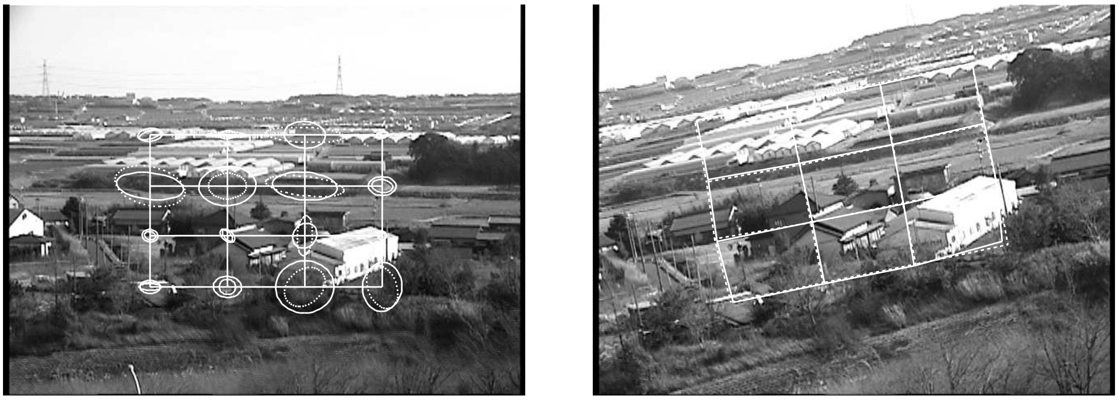
以上より，特徴点を人手あるいは特徴抽出オペレータで抽出する限り，正規化共分散行列は式 (2) のデフォルト値で十分であり，特に共分散行列を評価する必要がないという結論が得られる．共分散行列が必要となるのは図 1のように，特徴点がランダムに，あるいは画像の内容とは無関係に指定された場合である．

3. 特徴点のマッチング

3.1 可変テンプレートマッチング

それでは特徴点がランダムに指定されたとき，その共分散行列はその特徴点を画像処理によって検出する精度を本当に反映しているのであろうか．これを検証するため，2 画像を対応させる次の処理を考える．

一方の画像に特徴点 p を任意に指定し，その画素を中心とする近傍 $\mathcal{N}_p$ を切り取ってテンプレート $T(i, j)$ とする ($T(0, 0)$ が p に対応する)．そして，それを他方の画像 $I(i, j)$ とマッチさせる．2 画像はカメラの移動やズームも含むものとし，並進だけでなく，スケール変化や回転も考慮した相似テンプレートマッチングを



(a) (b)

図 4: シーンの異なる視点からの画像と位置補正後の格子．

考える．

精度を検証するために，対応点の大まかな候補位置 (a,b) がわかっているとする (これは低解像度から徐々に解像度を上げる階層的マッチングなどで得られるが，ここでは省略する)．テンプレート $T(i,j)$ を候補位置 (a,b) から (x,y) だけ並進させ，s 倍に拡大し，角度 θ だけ回転すると画像 $I(i,j)$ とマッチするとして，そのような x, y, s, θ を探索する．このために次の関数を最小化する．

$$J(x,y,\theta,s)=\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}\Big(T(i,j)-\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)}I(i,j)\Big)^2 \tag{21}$$

相似変換作用素 $\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)}$ は次のように定義した．

$$\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)}I(i,j) = I(a+x+s(i\cos\theta-j\sin\theta),\ b+y+s(i\sin\theta+j\cos\theta)) \tag{22}$$

そして x, y, s, θ のそれぞれの探索範囲を離散化して式 (21) の最小値を探索する．離散化幅を次々に狭める再帰的探索を用いれば効率的に精密な位置を求めることができる (詳細省略)．

2 画像間で照明条件や露光が変化している場合は，式 (21) の代わりに補正係数 c を用いた

$$J(x,y,\theta,s)=\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}\Big(cT(i,j)-\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)}I(i,j)\Big)^2 \tag{23}$$

を最小化する．これを c で微分して 0 と置けば，c は次式で与えられる．

$$c=\frac{\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}T(i,j)\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)}I(i,j)}{\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}T(i,j)} \tag{24}$$

これを式 (23) に代入すれば次のように書ける[2]．

$$J(x,y,\theta,s)=\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)}I(i,j)^2 - C\left(\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}T(i,j)\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)}I(i,j)\right)^2 \tag{25}$$

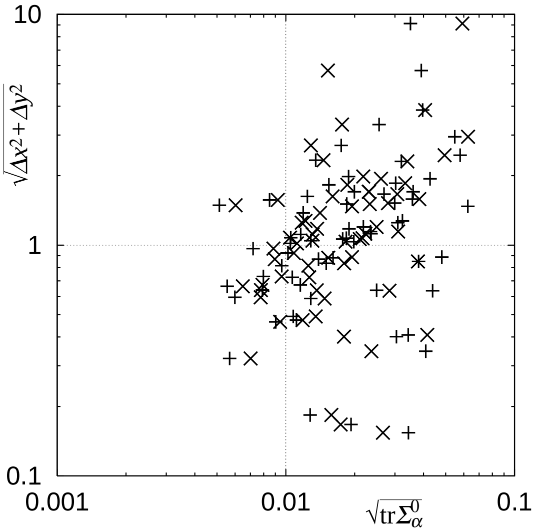


図 5: 共分散行列と位置決めの精度の関係．×: 残差によるもの，+: 微分によるもの．

ここに C は x, y, s, θ に依存しない次の定数である．

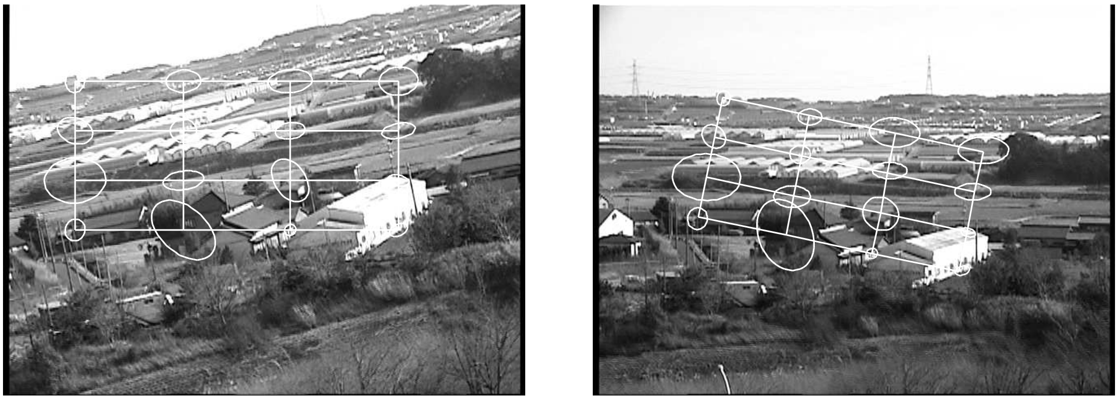
$$C=\frac{1}{\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}T(i,j)^2} \tag{26}$$

3.2 実画像実験

異なる視点から撮影した 2 画像を図 4に示す．図 4(a) に任意に 3×3 の格子を設定する．同図 (b) の実線は対応する点をマウスで大まかに選んだ候補位置を結んだものである．これを初期位置とし，相似テンプレートマッチングにより正確な位置合わせを行なった結果が破線の格子である．

共分散行列が位置決めの精度を反映しているなら，補正位置の真の位置からのずれ $(\Delta x, \Delta y)$ は共分散行

[2] 式 (23) の右辺を展開した第 1 項 $\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)}I(i,j)^2$ が x, y にあまり依存しないなら，式 (23) の最小化も式 (25) の最小化も共に相関関数 $\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}T(i,j)\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)}I(i,j)$ を最大にすることと等価となる．



(a) (b)

図 6: 対応点とその共分散行列

列の大きさと正の相関があるはずである．そこでこのような実験をいろいろな画像およびいろいろな格子の位置に対して行ない，元の画像の特徴点の共分散行列のトレースの平方根 (式 (1) より平方平均二乗誤差 $\sqrt{E[\Delta x^2 + \Delta y^2]}$ に相当する) を横軸に，補正位置のずれの距離 $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ を縦軸にとり，両対数グラフにプロットしたものが図 5である．

ただし "真の位置" は 2 画像が遠景であることから互いに射影変換で結ばれていることを利用し，多数 (この場合には 53 個) の特徴点をマウスで注意深く選んで射影変換を最適に計算し (詳細は後述)，それによって図 4(a) 中の格子を射影変換して定めたものである．

図からわかるように，プロット点はほぼ傾き 1 の直線に沿っている．これは補正精度が共分散行列による予測とほぼ比例していることを意味している．これから，共分散行列が特徴点位置の不確定性を大まかに表わしていると結論される．

4. 共分散行列に基づく最適推定

それでは画像の濃淡値から計算した共分散行列を用いると，各種の最適推定において共分散行列のデフォルト値を用いるより本当によい結果が得られるのであろうか．これをモザイク生成のための射影変換の計算と動画像の 3 次元解析のための基礎行列の計算に対して検証する．

2 画像間の対応点 $\{(x_\alpha, y_\alpha)\}$, $\{(x'_\alpha, y'_\alpha)\}$, $\alpha = 1, ..., N$ およびそれらの正規化共分散行列 $\{\Sigma^0_\alpha\}$, $\{\Sigma^{0\prime}_\alpha\}$ が与えられているとする．このとき対応点を次の 3 次元ベクトルで表わす．

$$\boldsymbol{x}_\alpha = \begin{pmatrix} x_\alpha/f_0 \\ y_\alpha/f_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x}'_\alpha = \begin{pmatrix} x'_\alpha/f_0 \\ y'_\alpha/f_0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{27}$$

f_0 は x_α/f_0, y_α/f_0, x'_α/f_0, y'_α/f_0 を 1 のオーダにする適当なスケール因子 (例えば画像サイズ) である．$\boldsymbol{x}_\alpha$, $\boldsymbol{x}'_\alpha$ は第 3 成分は定数であるから，それらの正規化共分散行列は次の形のランク 2 の特異行列となる．

$$V_0[\boldsymbol{x}_\alpha] = \begin{pmatrix} \Sigma^0_\alpha & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0}^\top & 0 \end{pmatrix}, \quad V_0[\boldsymbol{x}'_\alpha] = \begin{pmatrix} \Sigma^{0\prime}_\alpha & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0}^\top & 0 \end{pmatrix} \tag{28}$$

共分散行列の定義は，残差による方法より微分による方法のほうが理論的には一貫している．しかし，微分の計算に差分近似した微分フィルタを用いなければならない．これはその計算過程で用いる平滑化に依存し (付録参照)，また画像の誤差に左右されやすい．

それに対して残差による方法は積分 (総和) 演算に基づくので計算は常に安定している．また，場合によっては微分による方法のほうがより自然に見えることもあるが，ほとんどの場合に両者の結果に大きな差はない．この理由で以下では残差に基づく方法を用いる．

4.1 射影変換行列の最適計算

2 画像が異なる位置から平面または遠景を撮影したものであれば，ある正則行列 $\boldsymbol{H}$ が存在して $\{\boldsymbol{x}_\alpha\}$, $\{\boldsymbol{x}'_\alpha\}$ は次の射影変換で結ばれる [4]．

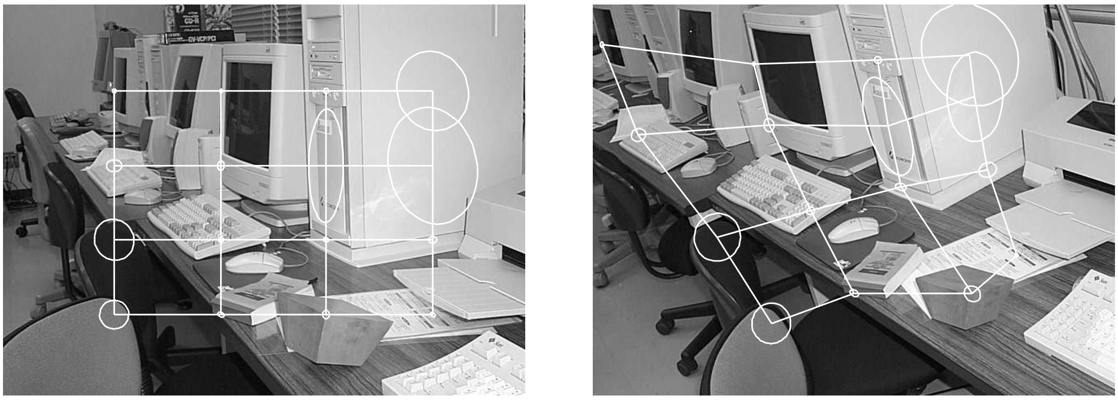
$$\boldsymbol{x}'_\alpha = Z[\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha] \tag{29}$$

ただし $Z[\,\cdot\,]$ は z 成分を 1 とするスケールの正規化を表わす．行列 $\boldsymbol{H}$ を射影変換行列と呼ぶ．これには定数倍の不定性があるので，$\|\boldsymbol{H}\|=1$ と正規化する．ただし行列 $\boldsymbol{A}=(A_{ij})$ のノルムを $\|\boldsymbol{A}\|=\sqrt{\sum_{i,j=1}^3 A_{ij}^2}$ と定義する．

画像に誤差があるとき，射影変換行列 $\boldsymbol{H}$ の統計的に最適な推定は次式を最小化するものである [3]．

$$J(\boldsymbol{H}) = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^N (\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha, \boldsymbol{W}_\alpha(\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha)) \tag{30}$$

$$\boldsymbol{W}_\alpha = \Big(\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{H}V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]\boldsymbol{H}^\top \times \boldsymbol{x}'_\alpha + (\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha) \times V_0[\boldsymbol{x}'_\alpha] \times (\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha)\Big)^-_2 \tag{31}$$



(a) (b)

図 7: 対応点とその共分散行列

ただしベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ の内積を $(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$ と表わす．またベクトル $\boldsymbol{a}$ と行列 $\boldsymbol{A}$ に対して $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{A}$ は $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{A}$ の各列とのベクトル積を列とする行列であり，$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{a}$ は $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{A}$ の各行とのベクトル積を行とする行列である [3]．$(\cdot)^-_r$ はランクを r に拘束した[3](ムーア・ペンローズの) 一般逆行列を表わす [3]．このような射影変換行列 $\boldsymbol{H}$ をくりこみ法によって計算するアルゴリズム [5] が公開されている[4]．

図 6は遠景を異なる視点から撮影した 2 画像である．図 6(a) に適当に格子を設定し，図 6(b) に対応する点をマウスで指定し，可変テンプレートマッチングにより位置を補正し，格子を定義した．各格子点では共分散行列を楕円として表示している．これらの共分散行列を用いて対応点から射影変換行列 $\boldsymbol{H}$ を最適に計算した．比較のために式 (2) のデフォルト値を用いて計算したものを $\boldsymbol{H}_0$ とし，真の値を $\bar{\boldsymbol{H}}$ とする．ただし "真の値" $\bar{\boldsymbol{H}}$ は広い範囲にわたって注意深く選んだ多数 (この場合は 53 個) の対応点からデフォルト共分散行列によって最適に計算したものである．これらを比較すると次のようになった．

$$\|\boldsymbol{H} - \bar{\boldsymbol{H}}\| = 0.00718999, \quad \|\boldsymbol{H}_0 - \bar{\boldsymbol{H}}\| = 0.00835789$$

同様の実験をいろいろ行っても同じような結果が得られた．このように，特徴点がランダムに与えられた場合は画像から計算した共分散行列を用いた最適化によって精度が向上することが確認される．

4.2 基礎行列の最適計算

一般のシーンを異なる視点から撮影した 2 画像では次のエピ極線方程式が成立する [3]．

$$(\boldsymbol{x}_\alpha, \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}'_\alpha) = 0 \tag{32}$$

ここに $\boldsymbol{F}$ はランク 2 の特異行列であり，基礎行列と呼ばれる．$\boldsymbol{F}$ には定数倍の不定性があるので，$\|\boldsymbol{F}\| = 1$ と正規化する．

画像に誤差があるとき，基礎行列 $\boldsymbol{F}$ の統計的に最適な推定は次式を最小化するものである [3]．

$$J(\boldsymbol{F}) = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} W_\alpha (\boldsymbol{x}_\alpha, \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}'_\alpha)^2 \tag{33}$$

$$W_\alpha = \frac{1}{(\boldsymbol{x}'_\alpha, \boldsymbol{F}^\top V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}'_\alpha) + (\boldsymbol{x}_\alpha, \boldsymbol{F}V_0[\boldsymbol{x}'_\alpha]\boldsymbol{F}^\top \boldsymbol{x}_\alpha)} \tag{34}$$

この基礎行列 $\boldsymbol{F}$ をくりこみ法によって計算するアルゴリズム [8] が公開されている (脚注 4)．

図 7は室内を異なる視点から撮影した 2 画像である．図 7(a) に適当に格子を設定し，図 7(b) に対応する点をマウスで指定し，可変テンプレートマッチングにより位置を補正し，格子を定義した．各格子点では共分散行列を楕円として表示している．これらの共分散行列を用いて対応点から基礎行列 $\boldsymbol{F}$ を最適に計算した．比較のために式 (2) のデフォルト値を用いて計算したものを $\boldsymbol{F}_0$ とし，真の値を $\bar{\boldsymbol{F}}$ とする．ただし "真の値" $\bar{\boldsymbol{F}}$ は広い範囲にわたって注意深く選んだ多数 (この場合は 68 個) の対応点からデフォルト共分散行列によって最適に計算したものである．これらを比較すると次のようになった．

$$\|\boldsymbol{F} - \bar{\boldsymbol{F}}\| = 0.0098058, \quad \|\boldsymbol{F}_0 - \bar{\boldsymbol{F}}\| = 0.0151409$$

同様の実験をいろいろ行っても同じような結果が得られた．この場合も画像から計算した共分散行列を用いた最適化によって精度が向上することが確認される．

5. 応用

対応点を求めるには (i) 対応させる特徴点を選ぶ，(ii) それらを画像間でマッチさせる，の 2 通りの処理が必要である．すべてを自動化することが望ましいが，複雑な処理が必要であり，多少の誤対応は避けられない．このため，実時間処理を必要としない解析や表示

[3] 大きい r 個以外の固有値を 0 に置き換えて計算した一般逆行列．

[4] http://www.ail.cs.gunma-u.ac.jp/Labo/programs.html

が目的の場合は人手で行うほうが簡単かつ正確である．しかし人間は (i) 無意識に孤立点や顕著な特徴を選ぼうとするので注意力を要し，疲労を伴う．また (ii) 対応個所を見つけることは容易でも，その位置を精密に定めるには注意力が必要である．

そこで次のような半自動システムが考えられる．まず基準となる画像に計算機が規則格子パタンを表示する．人がそれを見て，別の画像に対応する格子点の大まかな位置をマウスで指定する．あるいは同じ格子パタンをコピーし，各格子点をマウスでドラッグして大まかに修正する．最後に各格子点の近傍を可変テンプレートマッチングによって精密に補正する．

本稿に示した実画像実験はこのように試作したシステムを用いた．このような方法で選ばれた対応点からモザイク生成や 3 次元復元等を行うときには，画像の濃淡値から評価した共分散行列に基づいた最適化計算によって精度を向上させることができる．

6. まとめ

本稿では，特徴点の位置の信頼性を表わす共分散行列を画像の濃淡値から求める方法を統一的に定式化し，それが画像処理によって検出された特徴点の精度をどの程度反映しているのか，そして，それに基づく最適化計算は本当に精度を向上させるのかを実験的に検証した．結論として，特徴点を人手で注意深く選んだり特徴抽出オペレータを用いる場合は共分散行列を考慮する必要はないが，特徴点がランダムに，あるいは画像の内容に無関係に与えられる場合は，共分散行列が特徴点位置の不確定性を反映していることがわかった．またそのような場合に，共分散行列に基づく最適化計算によって精度が向上することを確認した．そして，これを応用した画像間の対応づけのための半自動システムを試作した．

参考文献

[1] W. Förstner, Reliability analysis of parameter estimation in linear models with applications to mensuration problems in computer vision, *Comput. Vision Graphics Image Process.*, **40** (1987), 273–310.

[2] C. Harris and M. Stephens, A combined corner and edge detector, *Proc. 4th Alvey Vision Conf.*, August 1988, Manchester, pp. 147–151.

[3] K. Kanatani, *Statistical Optimization for Geometric Computation: Theory and Practice*, Elsevier Science, Amsterdam, 1996.

[4] 金谷健一,「形状ＣＡＤと図形の数学」, 共立出版, 1998.

[5] K. Kanatani, N. Ohta, and Y. Kanazawa, Optimal homography computation with a reliability measure, *IEICE Trans. Inf. & Syst.*, **E83-D**-7 (2000), 1369–1374.

[6] 金澤 靖, 金谷 健一, 幾何学的 AIC による画像モザイク生成の安定化, 電子情報通信学会論文誌 A, **J83-A**-6 (2000), 686–693.

[7] 松永 力, 金谷 健一, 平面パタンを用いる移動カメラの校正：最適計算，信頼性評価，および幾何学的 AIC による安定化, 電子情報通信学会論文誌 A, **J83-A**-6 (2000), 694–701.

[8] 三島等, 金谷健一, 基礎行列の最適計算とその信頼性評価, 情報処理学会研究報告, 99-CVIM-118-10 (1999), 67–74.

[9] D. D. Morris and T. Kanade, A unified factorization algorithm for points, line segments and planes with uncertainty models, *Proc. Int. Conf. Comput. Vision*, January 1998, Bombay, India, pp. 696–702.

[10] N. Ohta, Image movement detection with reliability indices, *IEICE Trans.*, **E74**-10 (1991), 3379–3388.

[11] A. Singh, An estimation-theoretic framework for image-flow computation, *Proc. 3rd Int. Conf. Comput. Vision*, December 1990, Osaka, Japan, pp. 168–177.

[12] J. Shi and C. Tomasi, Good features to track, *Proc. IEEE Conf. Comput. Vision Patt. Recogn.*, June 1994, Seattle, WA, pp. 593–600.

[13] S. M. Smith and J. M. Brady, SUSAN—A new approach to low level image processing, *Int. Journal of Comput. Vision*, **23**-1 (1997), 45–78.

付録: 平滑化微分フィルター

重み関数 $w(x,y)$ による連続画像 $I(x,y)$ の平滑化フィルタは次のように書ける．

$$\tilde{I}(x,y) = C\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} w(t-x, s-y)I(t,s)dtds \quad (35)$$

ただし C は正規化定数である．これを x で微分すれば次のようになる．

$$\begin{aligned}\tilde{I}_x(x,y) &= -C\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} w_x(t-x, s-y)I(t,s)dtds \\ &= C\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} w_x(t,s)I(t+x, s+y)dtds\end{aligned} \quad (36)$$

離散近似すると次式となる．

$$\tilde{I}_x(i,j) = -C\sum_{(k,l)\in\mathcal{N}_p} w_x(k,l)I(k+i, l+j) \quad (37)$$

定数 C を $I(i,j) = i$ のときに恒等的に $\tilde{I}_x(i,j) = 1$ となるように定めると次のようになる．

$$C = -\frac{1}{\sum_{(k,l)\in\mathcal{N}_p} w_x(k,l)k} \quad (38)$$

ただし重み $w(x,y)$ は x,　y に関して偶関数であり，$w_x(i,j)$ は x に関して奇関数であると仮定した．以上より次の x 方向の微分フィルタが得られる．

$$D_x(i,j) = \frac{w_x(i,j)}{\sum_{(k,l)\in\mathcal{N}_p} w_x(k,l)k} \quad (39)$$

y 方向の微分フィルタも同様にして得られる．重みとして標準的なものはガウス重み $w(x,y) = e^{-(x^2+y^2)/2\sigma^2}$ である．標準偏差 σ は近傍 $\mathcal{N}_p$ の大きさと連動させる．