

平行性仮説による多面体の3次元形状復元

非会員 田中 俊江[†] 非会員 川島 孝夫^{††} 正員 金谷 健一^{††}

3D Recovery of Polyhedra by Parallelism Heuristics

Toshie TANAKA[†], Takao KAWASHIMA^{††}, *Nonmembers and*
Ken-ichi KANATANI^{††}, *Member*

あらまし 多面体の3次元形状を、互いに平行な辺が多数あるという仮定のもとで復元する。基本となるのは、3本以上の平行辺を画像面上で延長すると1点(消失点)で交わるという事実である。2本のみの平行な辺の組の発見には、多面体の構造を考慮した発見的方法を用いる。また、画像に含まれる誤差に対処するために、誤差の要因を考慮したしきい値処理法を示す。平行な辺が発見できれば、それらの消失点から各辺の3次元方向が定まるが、計算した各辺の3次元方向は、誤差によって互いに矛盾する可能性がある。それを克服するために、多面体の拘束条件に基づく最適化手法を提案する。これらを実際の画像を用いて示す。

1. ま え が き

人間は1枚の2次元画像を見て、そこに描かれている物体を3次元的に解釈することができる。これを計算機に行わせる問題の一つに、多面体の線画解釈の研究がある^{(1),(15)}。しかし、辺に凹凸を表すラベルを付けたり、対応する3次元物体が存在するかどうかを調べたりすることはできても、3次元形状を一意的に復元することはできない。そのためには何らかの強い拘束条件が必要である。

一方、人間はそれが可能であるから、その拘束条件として知覚心理学に基づいた発見的仮説を導入しようという研究がいろいろある。代表的な仮説としては、辺の直交性を仮定する「直交性仮説」^{(2),(5),(6),(9),(10)}、面の形に関する「ひずみ対称性仮説」⁽⁵⁾、閉曲線に関する「閉曲線仮説」⁽³⁾などがある。本論文では、辺に関する「平行性仮説」⁽¹²⁾を用いた3次元復元を行う。日常生活において多くのものが平行辺から構成されているので、この仮定は妥当であろう。

本論文では画像処理により既に必要な情報が得られ

ているものとして、単一画像から物体の3次元形状を唯一に復元する数学的手法を提案する。空間中で平行な辺を画像面に投影すると1点で交わる。この交点を「消失点」と呼ぶ。基本となる3次元復元の原理は、消失点の位置がその辺の3次元的方向を決定するというよく知られた事実である^{(13),(14)}。しかし、これは単に部分的な情報に過ぎず、画像に誤差があれば、全体として矛盾のない多面体が復元できるとは限らない。そこで、多面体の拘束条件を基にした最適化を行い、矛盾のない形状を唯一に復元する。

2. 消失点と辺の3次元方向

Z軸をカメラの光軸とするXYZ座標系をとり、XY平面を画像面とする。Z軸上の点(0, 0, -f)を視点とすると、空間中の点(X, Y, Z)は画像面上の点(x, y)に次式のように中心投影される(図1)。

$$x = \frac{fX}{f+Z}, \quad y = \frac{fY}{f+Z} \tag{1}$$

[定理1] 3次元方向が $m = (m_1, m_2, m_3)$ である直線の消失点は $(fm_1/m_3, fm_2/m_3)$ である。

(証明) 点 (X_0, Y_0, Z_0) を通り、方向ベクトルが $m = (m_1, m_2, m_3)$ である直線は次式のようになる。

$$X = X_0 + tm_1, \quad Y = Y_0 + tm_2, \quad Z = Z_0 + tm_3 \tag{2}$$

(t: 実数)

式(1)より、この直線は画像面上に投影されて

[†] 三菱電機株式会社, 東京都
Mitsubishi Electric Corporation, Tokyo, 100 Japan
^{††} 群馬大学工学部情報工学科, 桐生市
Department of Computer Science, Gunma University, Kiryu-shi,
376 Japan

$$\begin{aligned} x &= \frac{fX}{f+Z} = f \frac{X_0 + tm_1}{f + Z_0 + tm_3}, \\ y &= \frac{fY}{f+Z} = f \frac{Y_0 + tm_2}{f + Z_0 + tm_3} \end{aligned} \quad (3)$$

となる。この直線の消失点 (a, b) は $t \rightarrow \infty$ として、次のように得られる。

$$a = fm_1/m_3, \quad b = fm_2/m_3 \quad (4)$$

[系1] 画像面上の消失点が (a, b) である直線の3次元方向は次のような単位ベクトルで与えられる。

$$m = \pm \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + f^2}}, \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + f^2}}, \frac{f}{\sqrt{a^2 + b^2 + f^2}} \right) \quad (5)$$

従って、画像中で平行な辺を見つければ、それらの消失点を求めることにより(付録1.参照)、それらの辺の3次元方向が決定できる(平行辺発見のアルゴリズムは5.に述べる)。しかし、一つの重大な問題が生じる。各辺の3次元方向がわかって、全体として物体の形状が復元できるとは限らないという事実である。理論的には、辺を指定された方向に、かつ投影関係が正しく保たれるように接続すればよいはずであるが、画像処理には誤差が避けられないから、例えば面を囲む辺

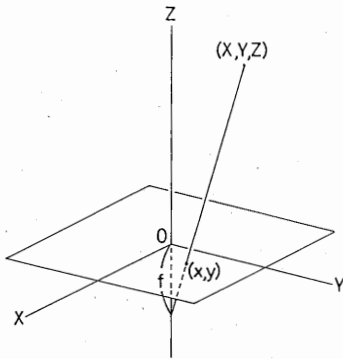


図1 視点と画像面の関係

Fig. 1 Perspective projection on to the image plane.

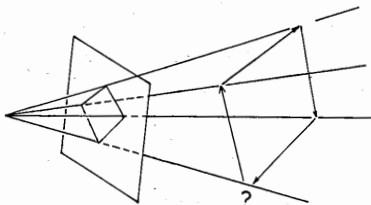


図2 辺の接続の不適合

Fig. 2 Incompatibility of edge adjacency.

が閉じるとは限らない(図2)。そこで、多面体としての拘束条件を考慮して、矛盾のない形状を一意的に復元することを考える^{(7),(8),(17),(18)}。

3. 多面体の拘束条件

頂点 $V_i, i=1, \dots, n$ の空間座標を (X_i, Y_i, Z_i) 、面 $F_a, a=1, \dots, m$ の方程式を $Z = p_a X + q_a Y + r_a$ とする。 (p_a, q_a) が面 F_a のこう配、 r_a が Z 軸に沿って測った面 F_a の画像面からの距離である。頂点 V_i が面 F_a 上にあることを「頂点 V_i は面 F_a に隣接する」といい、その関係を「隣接対」 (F_a, V_i) で定義する^{(16),(18)}。そのような隣接対の数を L とする。条件 (F_a, V_i) を式で表すと次のように書ける。

$$Z_i = p_a X_i + q_a Y_i + r_a \quad (6)$$

ここで次のような変数 x_i, y_i, z_i を定義する。

$$x_i = \frac{fX_i}{f+Z_i}, \quad y_i = \frac{fY_i}{f+Z_i}, \quad z_i = \frac{fZ_i}{f+Z_i} \quad (7)$$

すると、式(1)より (x_i, y_i) がちょうど頂点 V_i の画像座標になっている。逆の関係は次のようになる。

$$X_i = \frac{fx_i}{f-z_i}, \quad Y_i = \frac{fy_i}{f-z_i}, \quad Z_i = \frac{fz_i}{f-z_i} \quad (8)$$

これを式(6)に代入すると次のようになる。

$$z_i = \frac{fp_a}{f+r_a} x_i + \frac{fq_a}{f+r_a} y_i + \frac{fr_a}{f+r_a} \quad (9)$$

そこで

$$P_a \equiv \frac{fp_a}{f+r_a}, \quad Q_a \equiv \frac{fq_a}{f+r_a}, \quad R_a \equiv \frac{fr_a}{f+r_a} \quad (10)$$

において、 p_a, q_a, r_a の代わりに P_a, Q_a, R_a を面 F_a を指定するパラメータとみなす。逆の関係は、

$$p_a = \frac{P_a}{1-R_a}, \quad q_a = \frac{Q_a}{1-R_a}, \quad r_a = \frac{fR_a}{1-R_a} \quad (11)$$

である。式(9)は次式のように書ける。

$$z_i = P_a x_i + Q_a y_i + fR_a \quad (12)$$

画像座標 (x_i, y_i) は既知だから、 z_i が既知ならば式(8)より頂点 V_i の空間座標が決定できる。従って、 z_i を Z_i の代わりに頂点 V_i の空間的位置を指定するパラメータとして扱うことができる。ポイントは、式(12)が未知数 z_i, P_a, Q_a, R_a に関して線形であるということである(なお、3次元復元が可能であるためには、隣接構造が「正則」である必要がある^{(16),(18)}。正則でない場合は変形して正則にすることができる^{(17),(18)}。以下ではすべて正則であるとして考える)。

4. 最適化による3次元復元

平行辺を発見し(アルゴリズムは5.に示す), 消失点を計算し(アルゴリズムは付録1.に示す), 各辺の3次元方向が求められたとする. 今, 面 F_a 上において, 3次元方向が求まっている辺を e_{ka} , $k_a=1, \dots, N_a$ とし, それぞれの3次元方向を表す単位ベクトルを $n_{ka} = (n_{ka(1)}, n_{ka(2)}, n_{ka(3)})$ とする. 面 F_a のこう配を (p_a, q_a) とすると, 面 F_a の単位法線ベクトルは $(p_a, q_a, -1)/\sqrt{p_a^2+q_a^2+1}$ である. 単位ベクトル n_{ka} , $k_a=1, \dots, N_a$ はすべてこの単位法線ベクトルと直交しているべきである. そこで, 内積の2乗和(の1/2)

$$\frac{1}{2\sqrt{p_a^2+q_a^2+1}} \sum_{k_a=1}^{N_a} (n_{ka(1)}p_a + n_{ka(2)}q_a - n_{ka(3)})^2 \quad (13)$$

を最小にするように (p_a, q_a) を定める. これに面 F_a に関する重み W_a をかけて, すべての面に関して加えてから最小化すれば, すべての面についての最小化を同時に行うことができる. 最小にすべき式は式(13)を代入して p_a, q_a を P_a, Q_a, R_a で書き直すと次のようになる.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{a=1}^m \frac{W_a}{\sqrt{p_a^2+q_a^2+1}} \left(\frac{f+r_a}{f} \right)^2 \times \sum_{k_a=1}^{N_a} (n_{ka(1)}P_a + n_{ka(2)}Q_a + n_{ka(3)}R_a - n_{ka(3)})^2 \quad (14)$$

面の Z 軸に沿う距離 r_a が大きかったり面のこう配が小さかったりすると消失点の計算が不正確になりやすいことを考慮して, 次のように重み W_a を選ぶことにする.

$$W_a = \sqrt{p_a^2+q_a^2+1} \left(\frac{f}{f+r_a} \right)^2 \quad (15)$$

以上より, 3次元形状はすべての隣接対 (F_a, V_i) に関する拘束条件式(12)のもとで式(14)を最小にすることによって復元できる(図3). しかし, 面のこう配を手掛りに単一画像から復元するので, 絶対的な距離を決めることはできない. そこで一つの頂点に Z 座標を与える. その頂点を仮に V_n とする.

隣接対 (F_a, V_i) に関するラグランジュ乗数 Λ_{ai} を導入すれば問題は

$$\tilde{J} = \frac{1}{2} \sum_{a=1}^m \sum_{k_a=1}^{N_a} (n_{ka(1)}P_a + n_{ka(2)}Q_a + n_{ka(3)}R_a - n_{ka(3)})^2 + \sum_{a,i} \Lambda_{ai} (P_a x_i + Q_a y_i + f R_a - z_i) \quad (16)$$

の制約のない最小化となる. 解を定める方程式は, 拘

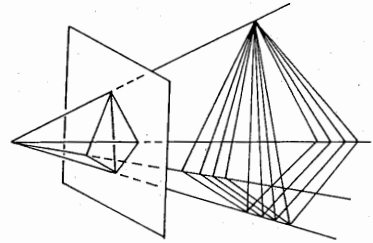


図3 無数の可能な解から最適化によって解を選ぶ
Fig. 3 One solution is chosen from among infinitely many consistent polyhedron solutions by optimization.

束条件(12), および式(16)をそれぞれ P_a, Q_a, R_a で偏微分し0とおいたものとなり, まとめると次のようになる.

[定理2] $n+3m+L-1$ 個の未知数 $z_i, i=1, \dots, n-1, P_a, Q_a, R_a, \alpha=1, \dots, m, \Lambda_{ai}$ は次の線形方程式により定まる.

$$P_a x_i + Q_a y_i + f R_a - z_i = 0 \quad (F_a, V_i) \quad (17)$$

$$N_{a11}P_a + N_{a12}Q_a + N_{a13}R_a + \sum_i x_i \Lambda_{ai} = N_{a13} \quad \alpha=1, \dots, m \quad (18)$$

$$N_{a21}P_a + N_{a22}Q_a + N_{a23}R_a + \sum_i y_i \Lambda_{ai} = N_{a23} \quad \alpha=1, \dots, m \quad (19)$$

$$N_{a31}P_a + N_{a32}Q_a + N_{a33}R_a + f \sum_i \Lambda_{ai} = N_{a33} \quad \alpha=1, \dots, m \quad (20)$$

$$\sum_a \Lambda_{ai} = 0 \quad i=1, \dots, n-1 \quad (21)$$

但し, N_{aij} は次のように与えられる.

$$N_{aij} = \sum_{k=1}^{N_a} n_{ka(i)} n_{ka(j)} \quad i, j=1, 2, 3 \quad (22)$$

式(18)~(20)の総和は (F_a, V_i) なる i について行う.

定理2では, 各面が3次元方向の指定された辺を少なくとも一つもつと仮定した. しかし, 必ずしもその必要はない. 3次元方向が求まらない辺のみをもつ面 F_a に対応する項を式(16)の右辺から除くと, 式(18), (19), (20)を各々次のように置き換えればよいことがわかる.

$$\sum_i x_i \Lambda_{ai} = 0, \quad \sum_i y_i \Lambda_{ai} = 0, \quad \sum_i \Lambda_{ai} = 0 \quad (23)$$

やはり, 総和は (F_a, V_i) なる i についても行うものとする.

5. 平行辺発見アルゴリズム

投影画像から平行な辺を発見するには, 画像面上で

「ほとんど平行なもの」を探せばよいと考えたくなるが、空間中で平行な辺が、どのような角に投影されるかは、投影する方向によるので、そのような単純な方法では不十分である。そこで、空間中で平行な辺は、画像面上では同一の消失点をもつことを利用する。すなわち、「画像面上の3本以上の辺の延長線の交点が一致するならば、それらは空間中で平行である」とみなす。

しかし、画像処理から得られた画像には一般に誤差があるので、延長しても1点では交わらないかもしれない(図4)。そこで、しきい値 ϵ を決め、それぞれの辺の延長線の交点同士の距離の最大値が ϵ より小さければ、それらは平行であるとする。しかし、しきい値 ϵ として一定の値を用いることはできない。交点が画像中心から遠くなるほど、その誤差は大きいと考えられるからである。

次に、考慮しなければならないことは「計算のあふれ」である。2辺の交点は画像面上のはるかかなたに位置するかもしれないからである。そこで、画像面の代わりに視点 $(0, 0, -f)$ を中心とした半径 f の「画像球面」(あるいは「ガウス球面」)を用いる^{(4),(11),(19)}(図5)。画像球面上に頂点 O を直角とする球面直角三角形 $\triangle OPQ$ を描く(図6)。 s, L をそれぞれ OP, OQ の弧長、また ϕ を PO と PQ のなす角とすると、球面三角形の公式 $\tan\phi = \tan(L/f) / \sin(s/f)$ を微分することにより、

$$\frac{dL}{d\phi} = f \left(\frac{1}{\sin(s/f)} - \left(\frac{1}{\sin(s/f)} - \frac{\sin s}{f} \right) \cos^2 \frac{L}{f} \right) \quad (24)$$

を得る。 $s/f \ll 1$ とすれば

$$\frac{dL}{d\phi} \approx \frac{f^2}{s} (1 - \cos^2(L/f)) \quad (25)$$

となる。そこで、これを s だけ離れた2本の直線の交点の位置の「不確定度」と解釈する。但し、 L は画像

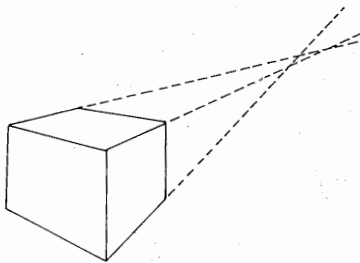


図4 誤差のために消失点が唯一に定まらない
Fig. 4 In the presence of noise, parallel edges, when extended, may not necessarily intersect at a single vanishing point.

の原点 O から2辺の交点までの弧長とみなす。

辺 e と視点 $(0, 0, -f)$ とを通る平面の単位法線ベクトルを \mathbf{n} とする。同様に辺 e' に関する単位法線ベクトルを \mathbf{n}' とし、 $\mathbf{k} = (0, 0, 1)$ とすると、 e, e' を延長したときの交点から画像中心 O までの弧長 L は

$$L = f \cos^{-1} \eta_{ee'} \quad (26)$$

によって与えられることがわかる。但し、次のようにおいた $(|\mathbf{nn}'\mathbf{k}|$ は「ベクトル3重積」である)。

$$\eta_{ee'} = \left| \frac{|\mathbf{nn}'\mathbf{k}|}{\|\mathbf{n} \times \mathbf{n}'\|} \right| \quad (27)$$

これを用いて、2辺 e, e' に関するしきい値を次のように定義する。

$$\epsilon_{ee'} = \frac{f^2 \Delta\phi_{ee'}}{s_{ee'}} (1 - \eta_{ee'}^2) \quad (28)$$

ここで $s_{ee'}$ は2辺の「平均間隔」、 $\Delta\phi_{ee'}$ は2辺の方向の誤差であり、以下のように定める。辺 e の端点の座標を $(x_0, y_0), (x_1, y_1)$ とし、辺 e' の端点の座標を $(x'_0, y'_0), (x'_1, y'_1)$ として、

$$\begin{aligned} e &= (x_1 - x_0, y_1 - y_0) \\ e' &= (x'_1 - x'_0, y'_1 - y'_0) \end{aligned} \quad (29)$$

と置く。辺 e, e' の長さに応じた重みを加えた「平均方向」 \mathbf{l} を

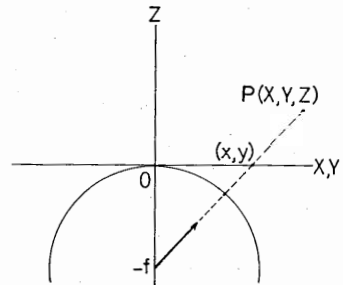


図5 視点を中心とする半径 f の画像球面
Fig. 5 The image sphere of radius f centered at the view-point.

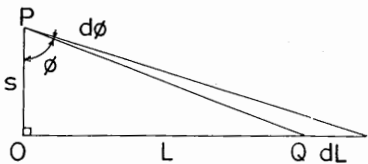


図6 球面直角三角形 $\triangle OPQ$
Fig. 6 A right spherical triangle $\triangle OPQ$.

$$l = \begin{cases} \frac{e+e'}{\|e+e'\|} & (e, e') \geq 0 \\ \frac{e-e'}{\|e-e'\|} & (e, e') < 0 \end{cases} \quad (30)$$

とする。平均間隔 $s_{ee'}$ として、辺 e と e' との中点を結ぶ線分を平均方向 $l=(l_1, l_2)$ に垂直な軸に射影した距離を用いる (図7)。

$$s_{ee'} \equiv \left(\frac{x_0+x_1-x'_0-x'_1}{2} \right) l_2 - \left(\frac{y_0+y_1-y'_0-y'_1}{2} \right) l_1 \quad (31)$$

一方、辺の方向は辺が短くなるほど誤差が大きいと考えられるので、 $|e|$ 、 $|e'|$ をそれぞれ辺 e 、 e' の長さとしたとき、次のようにおく、

$$\Delta\phi_{ee'} = \frac{\text{const.}}{\min(|e|, |e'|)} \quad (32)$$

以下に平行辺発見のアルゴリズムの手順を示す。

(1) 共点テスト まず、隣接しない辺の組 e, e' を平行辺の候補として選ぶ。それらを延長して得られる交点を P'' とする。次に、第3の辺 e'' を考える。辺 e'' 、 e を延長して得られる交点を P 、辺 e'' 、 e' を延長して得られる交点を P' とする。画像球面上での弧長を測って、もし

$$PP' < \epsilon_{ee''} + \epsilon_{e'e''}, \quad PP'' < \epsilon_{ee'} + \epsilon_{e'e''} \\ P'P'' < \epsilon_{e'e} + \epsilon_{e''e} \quad (33)$$

ならば、これらの3辺は平行と判定し、平行辺の仲間とする (図8)。画像球面上での弧長を用いることにより計算のあふれが生じることはない。

このようにいくつかの第3の辺を平行辺に選んだところで、もしも平行辺の仲間同士で隣接していたならば、より大きなしきい値を要する方の辺を仲間からはずす。また、初めに選んだ辺 e, e' に平行な辺が見つからなかったならば、それらは、平行ではないとする。

(2) 消失点仮説 平行辺の候補となる辺を選ぶ

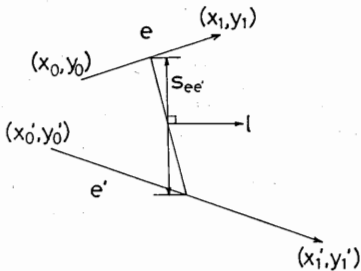


図7 2辺 e, e' の平均間隔 $s_{ee'}$
Fig. 7. The average separation $s_{ee'}$ of edges e, e' .

順番は、画像上で「最も平行らしい」辺から始めるのが妥当であろう。ここでは、交点が画像の中心から遠い2辺の組ほど平行らしいとみなす。これを「消失点仮説」と呼ぶ。こうすると結局、式(32)で定義した $\eta_{ee'}$ の最も小さな2辺 e, e' から始めればよい。また交点が画像の中心に近すぎる2辺は平行ではない可能性が高いので、 $\eta_{ee'} > \cos(L_0/f)$ となる辺は選ばないようにする。但し、 L_0 は画像の中心から最も遠い頂点までの距離である。

(3) 共面仮説 以上によって、3本以上が平行であるような辺の組が発見できる。残った2本だけの平行辺の組を決定する手続きを以下に示す。物体表面上で、同平面にない2辺がたまたま平行で、その物体の他のどの辺もそれらに平行ではない、ということは極めて例外的なことであるから、まず、同平面上にあって、頂点で隣接していない辺の組を探す。それらの組に次の二つのテストを施し、両方に合格したものを平行とみなす。

(4) 平行四辺形テスト 2組の平行線を投影して得られる、それぞれの消失点を始点とした半直線は互いに四つの点で交わっていなければならない (図9)

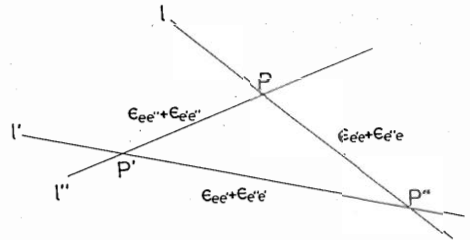


図8 共点テスト (3本の直線が同一交点をもつかどうかを判定する)
Fig. 8 Concurrency test: The concurrency of three lines is tested on the image sphere.

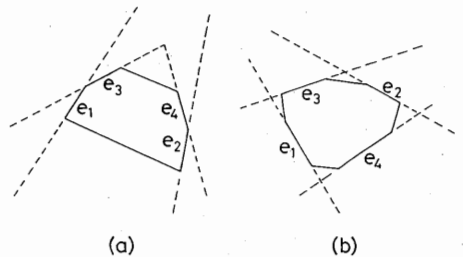


図9 平行四辺形テスト (辺 e_1, e_2 が平行のとき、辺 e_3, e_4 は(a)不合格、(b)合格)
Fig. 9 Parallelogram test: If edges e_1, e_2 are parallel, edges e_3, e_4 cannot be parallel in (a) but can be parallel in (b).

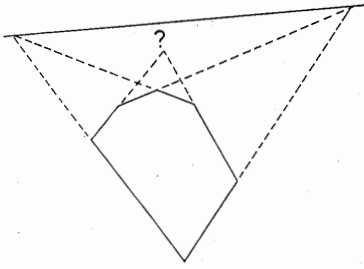


図 10 共線テスト (面を共有する辺の消失点が同一直線上にあるかどうかを判定する)

Fig. 10 Collinearity test: The vanishing points of parallel edges belonging to the same face must be collinear.

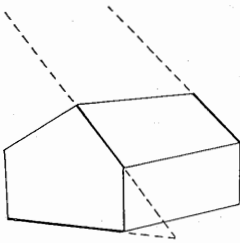


図 11 消失点仮説 (消失点が画像の中心から遠いほど平行である可能性が高い)

Fig. 11 Vanishing point heuristic: Two edges are more likely to be parallel if their intersection is farther away from the image origin.

(アルゴリズムは付録 2. 参照).

(5) 共線テスト 同じ面を共有する三つ以上の平行辺の組があるならば、それらの消失点は同一直線上になければならない (図 10) (アルゴリズムは付録 3. 参照).

もし、ある一つの辺が複数の辺と平行であると判定されたときは、「消失点仮説」によってその消失点が画像の中心から離れた方を選ぶようにする (図 11).

6. 実行例

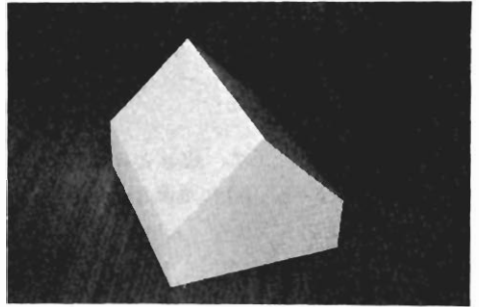
図 12(a) は多面体の実画像である。これより図 12(b) の線画が得られたとする。共点テストを施すと次のような平行組が検出できる。

$$\{e_1, e_2, e_3, e_4\}, \{e_5, e_6, e_7\}$$

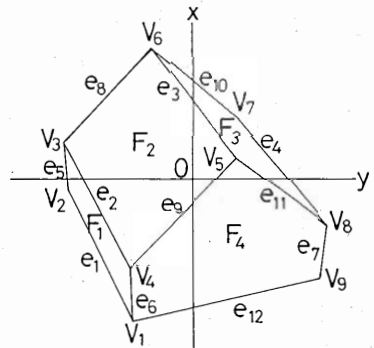
残った辺で、同じ面を共有し、かつ頂点で隣接していない辺の組は、次のものとなる (共面仮説)。

$$\{e_8, e_9\}, \{e_{10}, e_{11}\}, \{e_9, e_{12}\}, \{e_{11}, e_{12}\}$$

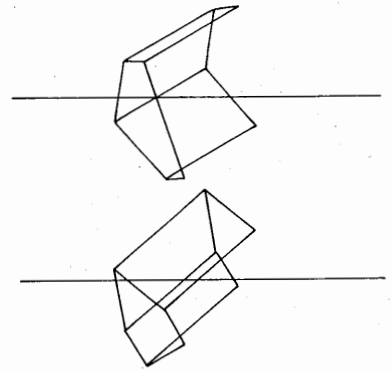
これに対して平行四辺形テストと共線テストを行うとすべてが合格する。辺 e_9 は $\{e_8, e_9\}, \{e_9, e_{12}\}$ の両方に含まれるから、交点の遠い前者を選ぶ (消失点仮



(a)



(b)



(c)

図 12 (a) 多面体の画像 (b) 線画とその隣接構造 (c) 復元した 3 次元形状の上面図と側面図

Fig. 12 (a) An image of a polyhedron. (b) Labeling of its drawing. (c) The top view and the side view of the reconstructed shape.

説). 辺 e_{11} も同様である。その結果、次のように平行な辺の組が決まる。

$$\{e_1, e_2, e_3, e_4\}, \{e_5, e_6, e_7\}, \{e_8, e_9\}, \{e_{10}, e_{11}\}$$

これから消失点を計算し、辺の 3 次元方向を定めて

から最適化手法を適用すると、図12(c)に示すように3次元形状が復元できる。

7. む す び

本論文では中心投影された画像から多面体の3次元形状を復元する数学的方法を示した。平行な辺がわかれば、その消失点から3次元的方向が決まる。画像処理で生じる誤差も、多面体の構造を考慮した最適化手法により克服でき、矛盾のない3次元形状を復元できる。本論文の方法は杉原^{(17),(18)}の提案した多面体の隣接構造に基づく非線形最適化手法を基にしているが、特殊な変数変換を行って連立1次方程式に帰着させている。このため出発値の推定や探索の反復を必要としない。また、共点テスト、消失点仮説、共面仮説、平行四辺形テスト、および共線テストによる平行辺発見法を示した、この手法を実画像から得た例に適用した。

謝辞 本研究に関して討論頂いたNTTヒューマンインタフェース研究所の尺長健氏、東大工学部計数工学科の杉原厚吉助教授に感謝する。本研究の一部は、カシオ科学研究財団、矢崎科学技術振興記念財団、稲盛財団、および文部省科学研究費一般研究(C)(No. 63550268)によった。

文 献

- (1) D. H. Ballard and C. M. Brown: "Computer Vision", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NY (1982), 福村晃夫ほか訳: "コンピュータ・ビジョン", 日本コンピュータ協会 (昭62).
- (2) S. T. Barnard: "Choosing a basis for perceptual space", *Comput. Vision Graphics Image Process.*, **29**, pp. 87-99 (1985).
- (3) M. Brady and A. Yuille: "An extremum principle for shape from contour", *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, **PAMI-6**, pp. 288-301 (1984).
- (4) 稲本 康, 川上 進, 内山 隆, 安川裕介, 森田俊彦: "球面写像による線分の3次元方位と距離の計測", *情処学CV研資*, 86-CV-45 (昭61-11).
- (5) T. Kanade: "Recovery of the three-dimensional shape of an object from a single view", *Artif. Intell.*, **17**, pp. 409-460 (1981).
- (6) K. Kanatani: "The constraints on images of rectangular polyhedra", *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, **PAMI-8**, pp. 456-463 (1986).
- (7) 金谷健一, 田中俊江, 前原一夫, 川島孝夫: "最適化による多面体の3次元形状復元", 昭63情処学全大, 5V-4, pp. 1643-1644.
- (8) 金谷健一, 吉田淳一郎: "ノイズに強いオプティカルフローからの3次元復元", *情処学CV研資*, 87-CV-48 (昭62-05).
- (9) A. K. Mackworth: "Model-driver interpretation in

intelligent vision systems", *Perception*, **5**, pp. 349-370 (1976).

- (10) 前原一夫, 川島孝夫, 金谷健一: "直交性仮説による多面体の3次元復元", *信学論(D-II)*, **J72-D-II**, 6(平1-06).
- (11) M. J. Magee and J. K. Aggarwal: "Determining vanishing points from perspective images", *Comput. Vision Graphics Image Process.*, **26**, pp. 256-267 (1984).
- (12) P. G. Mulgaonkar, L. G. Shapiro and R. M. Haralick: "Shape from perspective: A rule-based approach", *Comput. Vision Graphics Image Process.*, **36**, pp. 298-320 (1986).
- (13) 中谷広正, 北橋忠宏: "無限遠点を用いた情景中の対象物の3次元構造の復元", *信学論(D)*, **J68-D**, 8, pp. 1481-1488 (昭60-08).
- (14) 中谷広正, 北橋忠宏: "反復演算による無限遠点抽出", *信学論(D)*, **J68-D**, 8, pp. 1541-1542 (昭60-08).
- (15) 白井良明: "コンピュータビジョン", 昭晃堂 (昭55).
- (16) 杉原厚吉: "多面体線画の数理的構造—線画を介した計算機との対話をめざして", *情報処理*, **22**, 3, pp. 209-217 (昭56-03).
- (17) 杉原厚吉: "線画の代数構造を利用した単眼画像からの立体復元法", *信学論(D)*, **J66-D**, 5, pp. 541-548 (昭58-05).
- (18) K. Sugihara: "Machine Interpretation of Line Drawings", MIT Press, Cambridge, MA (1986).
- (19) 八木康史, 浅田 稔, 谷内田正彦, 辻 三郎: "動画像処理を用いた移動ロボットの環境認識", *信学論(D)*, **J69-D**, 6, pp. 967-974 (昭61-06).

付 録

1. あふれない消失点計算のアルゴリズム

3本以上の平行辺は画像面上で同一の消失点をもつはずであるが、誤差のために同一交点をもつとは限らない(図3)。そこで、次のような最小2乗法を用いる。

直線 $L_i: A_i x + B_i y + C_i = 0, i=1, \dots, N$ が平行辺の投影像であるとする。直線 L_i と視点 $(0, 0, -f)$ を通る平面を S_i とし、その単位法線ベクトルを $\mathbf{n}_i = (n_{i(1)}, n_{i(2)}, n_{i(3)})$ とする。求めたい共通の消失点を (a, b) とすると、画像面上の点 (a, b) から平面 S_i までの距離は $|n_{i(1)}a + n_{i(2)}b + n_{i(3)}f|$ であるから(図A・1), (a, b) は次式を最小にすることによって求められる。

$$\sum_{i=1}^N (n_{i(1)}a + n_{i(2)}b + n_{i(3)}f)^2 \quad (\text{A} \cdot 1)$$

これを、 a と b について微分し、それぞれの結果を0とおくと、最終的には次のようになる。

$$a = fm'_1/m'_3, \quad b = fm'_2/m'_3 \quad (\text{A} \cdot 2)$$

但し、次のようにおいた。

$$m'_1 = \sum_{i=1}^N n_{i(1)}n_{i(3)}, \quad m'_2 = \sum_{i=1}^N n_{i(2)}n_{i(3)}, \quad m'_3 = \sum_{i=1}^N n_{i(2)}n_{i(3)}, \quad m'_4 = \sum_{i=1}^N n_{i(1)}n_{i(2)},$$

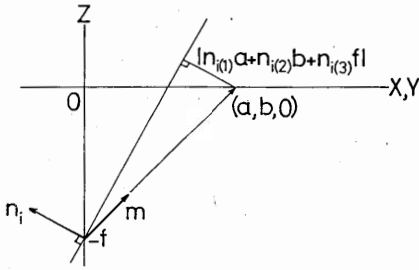


図 A.1 画像面 $Z=0$ 上の点 (a, b) から視点と直線 L_i を通る平面 S_i までの距離を最小にする
 Fig. A.1 The distance from point (a, b) on the image plane $Z=0$ to the plane S_i passing through the viewpoint and line L_i on the image plane is minimized.

$$m_2' = \sum_{i=1}^N n_{i(1)}^2 \sum_{i=1}^N n_{i(2)} n_{i(3)} - \sum_{i=1}^N n_{i(1)} n_{i(2)} \sum_{i=1}^N n_{i(1)} n_{i(3)},$$

$$m_3' = - \left(\sum_{i=1}^N n_{i(1)}^2 \sum_{i=1}^N n_{i(2)}^2 - \left(\sum_{i=1}^N n_{i(1)} n_{i(2)} \right)^2 \right) \quad (A.3)$$

このとき $\mathbf{m}' = (m_1', m_2', m_3')$ はこれらの平行辺の3次元方向を示すベクトルとなっている。割算がないので計算のあふれが生じない。

2. あふれない半直線の交差判定のアルゴリズム

平行四辺形テストは、2本の半直線の交点の存在の有無のテストの繰返しから構成できる。点 (a, b) を始点とし、点 (x, y) を通る半直線を L 、点 (a', b') を始点とし、点 (x', y') を通る半直線を L' とする (図 A.2)。 L と L' との交点が存在するのは

$$a + t(x - a) = a' + t'(x' - a'),$$

$$b + t(y - b) = b' + t'(y' - b') \quad (A.4)$$

となる $t, t' > 0$ が存在する場合に限る。この式より

$$t = \frac{1}{\Delta} [(x' - a)(b' - b) - (y' - b)(a' - a)],$$

$$t' = \frac{1}{\Delta} [(x - a)(b' - b) - (y - b)(a' - a)],$$

$$\Delta = (x - a)(y' - b) - (y - b)(x' - a) \quad (A.5)$$

が得られるから、交差判定は、三つの式

$$(x' - a)(b' - b) - (y' - b)(a' - a),$$

$$(x - a)(b' - b) - (y - b)(a' - a),$$

$$(x - a)(y' - b) - (y - b)(x' - a) \quad (A.6)$$

がすべて同符号であるかどうかを調べればよい。

しかし、点 (a, b) 、 (a', b') は、平行辺の消失点であるから、画像中心 O から離れていることもあり、計算のあふれが生じるかもしれない。そこで、視点から出発し、画像面上の点 (a, b) 、 (a', b') を指す単位ベクトル \mathbf{n} 、 \mathbf{n}' を用いて a, b, a', b' を表せば

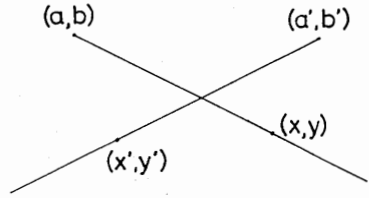


図 A.2 半直線の交差判定
 Fig. A.2 Test for intersection of two half lines.

$$a = fn_1/n_3, \quad b = fn_2/n_3,$$

$$a' = fn_1'/n_3', \quad b' = fn_2'/n_3' \quad (A.7)$$

となる。これらを、式 (A.6) に代入し、それぞれの分母に $n_3 (> 0)$ および $n_3' (> 0)$ を掛けると

$$(n_3x - fn_1)(n_2'n_3 - n_2n_3')$$

$$- (n_3y - fn_2)(n_1'n_3 - n_1n_3'),$$

$$(n_3'x' + fn_1')(n_2'n_3 - n_2n_3')$$

$$- (n_3'y' - fn_2')(n_1'n_3 - n_1n_3'),$$

$$(n_3x - fn_1)(n_3'y' - fn_2')$$

$$- (n_3y - fn_2)(n_3'x' - fn_1') \quad (A.8)$$

となり、計算にあふれが起こらない。これらがすべて同符号であるとき、半直線 L と L' は交わると判定される。

3. あふれない直線当てはめのアルゴリズム

視点 $(0, 0, -f)$ から出発し、画像面上の点 P を指す単位ベクトルと、視点 $(0, 0, -f)$ と画像面上の直線 L を通る平面の単位法線ベクトルが同じとき、点 P と直線 L は互いに「双対」であると呼ぶことにする。すると、直線 $Ax + By + C = 0$ に双対な点は $(f^2A/C, f^2B/C)$ であり、点 (a, b) に双対な直線は $ax + by + f^2 = 0$ である。

同一交点 P をもつ直線に双対な点は同一直線 L 上にあり、 L 点 P の双対直線である。なぜなら、同一交点 $P(a, b)$ をもつ直線を $Ax_i + By_i + C_i = 0, i = 1, \dots, N$ とすれば、 $A_i a + B_i b + C_i = 0, i = 1, \dots, N$ であり、これらの双対点 $(f^2A_i/C_i, f^2B_i/C_i), i = 1, \dots, N$ はすべて直線 $L: ax + by + f^2 = 0$ 上にある。

また、同一直線 L 上にある点に双対な直線は同一交点 P をもち、 P は直線 L の双対点である。なぜなら、 $(a_i, b_i), i = 1, \dots, N$ が $Ax + By + C = 0$ なる直線 L 上であれば $Aa_i + Bb_i + C = 0, i = 1, \dots, N$ であり、 L に双対な直線 $a_i x + b_i y + f^2 = 0, i = 1, \dots, N$ はすべて点 $P(f^2A/C, f^2B/C)$ を通る。

以上に述べた「双対原理」を利用すれば、複数の点在同一直線上にあるかどうかの判定も、それに双対な直線が同一交点をもつかどうかの判定に帰着する (図 A.

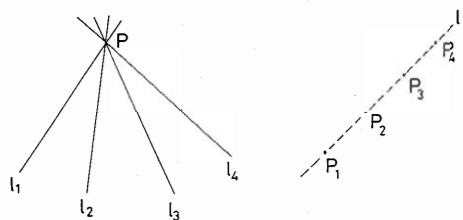


図 A・3 双対原理 (1点で交わる直線と, 同一直線上の点とは互いに双対である)

Fig. A.3 Duality principle: The lines dual to collinear points are concurrent, and the common intersection is dual to the common line passing through the collinear points.

3). ほぼ同一直線上にある点に直線を当てはめる場合も, それらの点に双対な直線の共通な交点を付録 1. のアルゴリズムで求めればよい. これは, 実質的に「ハフ変換」にほかならない.

(昭和 63 年 7 月 21 日受付, 10 月 31 日再受付)



田中 俊江

昭 63 群馬大・工・情報卒. 同年三菱電機 入社.



川島 孝夫

昭 63 群馬大・工・情報卒. 同年同大学院 (修士) 進学.



金谷 健一

昭 47 東大・工・計数 (数理工学) 卒. 昭 44~45 米 ケースウェスタンリザーブ大学 留学. 昭 54 東大大学院・計数 (博士) 了. 工 博. 同年群馬大・工・情報助手. 昭 58 同助 教授. 昭 63 同教授. 昭 60~61 米 メリーラ ンド大学客員研究員. 昭 63 デンマーク・コ ペンハーゲン大学客員教授. 61 年度情報処理学会論文賞. 情報 処理学会, 日本ロボット学会, IEEE 各会員.