幾何学的 AIC によるモザイク生成の安定化

金澤 靖 * 金谷 健一 †

* 豊橋技術科学大学知識情報工学系 † 群馬大学工学部情報工学科

モザイク生成において画像間の重なりが小さく、マッチさせる特徴点の数が少数しか得られないとき、計算される射影変換が不安定となる。これは、実現し得る画像の変換は 8 自由度をもつ射影変換群の部分群に過ぎないのに 8 個の未知数をすべて計算すると、誤差のために実現し得ない解が得られるからである。本論文では変換の残差とその自由度の両方を考慮した「幾何学的 AIC」を用いて妥当なモデル (部分群) を自動的に選択し、これによって望ましくない歪みが除去できることを示す。この計算には何らの人為的なしきい値も必要としない。また、各候補モデルについて最適解を求めるレーベンバーグ・マーカート法の手順および初期値計算のための解析解の導出を示すとともに、実画像例に本手法の有効性を確認した。

キーワード: 射影変換、モザイク生成、パノラマ画像、統計的最適化、モデル選択、幾何学的 AIC

Stabilizing Image Mosaicing by the Geometric AIC

Yasushi Kanazawa* and Kenichi Kanatani†

*Department of Knowledge-based Information Engineering
Toyohashi University of Technology, Toyohashi, Aichi 441-8580 Japan
†Department of Computer Science
Gunma University, Kiryu, Gunma 376-8515 Japan

The computation for image mosaicing using homographies is numerically unstable and causes large image distortions if the matching points are small in number and concentrated in a small region in each image. This instability stems from the fact that actual transformations of images are usually in a small subgroup of the group of homographies. In this paper, we show that such undesirable distortions can be removed by model selection using the geometric AIC without introducing any empirical thresholds. We also present an optimization scheme based on the Levenberg-Marquardt method and an analytical procedure for computing an initial guess. We demonstrate the effectiveness of our method by real image examples.

Key words: homography, image mosaicing, panoramic image, statistical optimization, model selection, geometric AIC

謝辞: 本研究の一部は文部省科学研究費基盤研究 C (2) (No. 11680377) によった。

* 441-8580 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1–1 豊橋技術科学大学知識情報工学系 Tel: (0532)44-6888, Fax: (0532)44-6873
† 376-8515 桐生市天神町 1–5–1 群馬大学工学部情報工学科, Tel: (0277)30-1842, Fax: (0277)30-1801
E-mail: kanazawa@tutkie.tut.ac.jp, kanatani@cs.gunma-u.ac.jp

1 序論

「モザイク生成」とはさまざまな方向から撮影した室内あるいは屋外シーンの画像を連続的に接合し、それを提示することによって臨場感を増す技術である。接合した画像は「パノラマ画像」とも呼ばれている。この技術は以前から航空写真やリモートセンシング画像の接合に用いられてきたが、最近では仮想現実感の生成や可動カメラによる監視システムにも応用され、今日多くの関心を集めているメディア処理技術の一つである [2, 3, 4, 10, 12, 14, 16]。

モザイク生成の対象となるのは平面とは限らないシーンであるが、シーンがカメラから十分離れていると近似的に平面とみなせる。撮像が透視変換とみなせる 2 台のカメラで同一の平面物体を撮影した 2 枚の画像間は「射影変換」と呼ばれる変換で結ばれるから [5, 7]、一方の画像にその射影変換をほどこせば他方の画像と重ねることができる。

カメラに近いシーンであってもレンズの中心を固定してカメラを回転すると (ズームは任意に変えてよい)、シーンは実質的には無限遠方にある平面物体と同一視できる。カメラが移動しても、その移動が小さければ画像の変換は射影変換で近似できる。これがモザイク生成の原理である。

前報 [8] では画像間の重なりが小さい場合に問題が生じることを指摘した。重なりが小さいとマッチさせる特徴点が少数しか得られない。射影変換は 8 パラメータをもつので、一つのパラメータの値がわずかに変化しても、それが画像の変換としては大きな歪みとなり得る。したがって極めて高精度の計算が要求される。

前報 [8] ではこれを実画像例を用いて示すとともに、画像の誤差の統計的モデルに基いた最適計算 [12] によりこれがどのように改善されるかを示した。本論文では射影変換の不安定性の原因をより深く考察し、これをモデル選択の問題に帰着させ、「幾何学的 AIC」によってその不安定性を除去する試みを示す。そして実画像例によりその有効性を示す。

2 射影変換と射影変換行列

射影変換は次の形に書ける。

$$x' = \frac{Ax + By + C}{Px + Qy + R}, \quad y' = \frac{Dx + Ey + F}{Px + Qy + R} \tag{1}$$

行列 $\boldsymbol{H}$ とベクトル $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}'$ を

$$\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} A & B & C/f_0 \\ D & E & F/f_0 \\ P/f_0 & Q/f_0 & R/f_0^2 \end{pmatrix} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x/f_0 \\ y/f_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x}' = \begin{pmatrix} x'/f_0 \\ y'/f_0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

と定義すると式 (1) は次のように書ける。

$$\boldsymbol{x}' = Z[\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}] \tag{4}$$

ただし $Z[\,\cdot\,]$ は z 成分を 1 とするスケールの正規化作用素であり、f_0 は $x/f_0,\ \ y/f_0$ を 1 のオーダにするためのスケール因子である。行列 $\boldsymbol{H}$ を「射影変換行列」と呼ぶ。式 (4) は正規化作用素を消去した形で次のように書くこともできる。

$$\boldsymbol{x}' \times \boldsymbol{H}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0} \tag{5}$$

ベクトル表示したデータ $\{\boldsymbol{x}_\alpha\},\ \{\boldsymbol{x}'_\alpha\}$ を正規分布に従う確率変数とみなし、その共分散行列をそれぞれ $V[\boldsymbol{x}_\alpha],\ V[\boldsymbol{x}'_\alpha]$ とする。これは定数倍を除いて与えられるとする。すなわち未知の定数 ϵ (「ノイズレベル」) が存在し、

$$V[\boldsymbol{x}_\alpha] = \epsilon^2 V_0[\boldsymbol{x}_\alpha],\ \ V[\boldsymbol{x}'_\alpha] = \epsilon^2 V_0[\boldsymbol{x}'_\alpha] \tag{6}$$

と書けるとし、$V_0[\boldsymbol{x}_\alpha],\ \ V_0[\boldsymbol{x}'_\alpha]$ (「正規化共分散行列」) を指定する。例えば特徴点の対応をテンプレートマッチングによって定めれば、その残差の方向依存性からこれを定めることができる [1, 9, 11, 13]。ノイズに特に方向性がない場合はデフォルト値として $V_0[\boldsymbol{x}_\alpha] = V_0[\boldsymbol{x}'_\alpha] = \mathrm{diag}(1,1,0)$ を用いる ($\mathrm{diag}(\cdots)$ は $\cdots$ を対角要素とする対角行列)。

3 射影変換行列の推定

誤差が正規分布に従うとすると、精度の理論限界を達成する最適解は「最尤推定」、すなわち次の二乗「マハラノビス距離」

$$J = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} (\boldsymbol{x}_\alpha - \bar{\boldsymbol{x}}_\alpha, V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]_2^- (\boldsymbol{x}_\alpha - \bar{\boldsymbol{x}}_\alpha)) + \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} (\boldsymbol{x}'_\alpha - \bar{\boldsymbol{x}}'_\alpha, V_0[\boldsymbol{x}'_\alpha]_2^- (\boldsymbol{x}'_\alpha - \bar{\boldsymbol{x}}'_\alpha)) \tag{7}$$

を $\bar{\boldsymbol{x}}' \times \boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{0}$ の拘束条件のもとに最小化することによって得られる [6]。ただし、ベクトル $\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{b}$ の内積を $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ と書く。また $(\,\cdot\,)_r^-$ はランクを r に拘束した (ムーア・ペンローズの) 一般逆行列を表す [6]。

拘束条件を線形近似し、ラグランジュ乗数を導入して拘束条件を消去すると、問題は次式の最小化となる。

$$J = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} (\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha, \boldsymbol{W}_\alpha (\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha)) \tag{8}$$

$$\boldsymbol{W}_\alpha = \Big(\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{H}V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]\boldsymbol{H}^\top \times \boldsymbol{x}'_\alpha + (\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha) \times V_0[\boldsymbol{x}'_\alpha] \times (\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha)\Big)_2^- \quad (9)$$

この「残差」(J の最小値) を $\hat{J}$ とすると第 1 近似において $N\hat{J}/\epsilon^2$ が自由度 $2(N-4)$ の χ^2 分布に従うことが知られている [6]。したがって、二乗ノイズレベル ϵ^2 の不偏推定量が次のように得られる。

$$\hat{\epsilon}^2 = \frac{\hat{J}}{2(1-4/N)} \quad (10)$$

4　画像の変換モデルとモデル選択

射影変換は 8 自由度をもつ (9 個の要素は定数倍の不定性がある) 変換群であるが、モザイク生成において常にそのすべてが実現するとは限らない。例えば十分遠方のシーンに対してカメラを移動するとレンズ中心の周りの回転とみなせる。回転は 3 自由度しかもたないから、焦点距離が未知としても観測される画像変換も 4 自由度しかもたない。すなわち、実現されるのは射影変換の 8 次元パラメータ空間の 4 次元部分空間 (「4 パラメータ射影変換モデル」) である。カメラの回転の途中でズームを変えるとすると、それぞれの画像の焦点距離を未知数とする「5 パラメータ射影変換モデル」となる。

一方、近景に対してカメラを単に平行移動すると画像も平行移動するから、画像の変換は 2 パラメータ「並進モデル」となる。カメラの光軸の周りの回転まで許すと 3 パラメータ「剛体運動モデル」となり、さらにズームを許すと 4 パラメータ「相似変換モデル」となる。さらに一般化すると 6 パラメータ「アフィン変換モデル」となる。

このように、モザイク生成では実現し得る画像変換は 8 パラメータ射影変換の部分群に過ぎないが、前述の方法によって射影変換行列を計算すれば、一般に誤差のために実現するはずのない変換が解として得られる。これを除くには射影変換行列をその実現可能なモデルに限定して最適化すればよい。厳密には 8 パラメータ射影変換であっても、画像の変化が小さい場合は例えば「3 パラメータ剛体運動モデル」で十分よく近似できるかも知れない。その場合はそのモデルに限定して解を求めれば不自然な歪みを防ぐことができる。

しかし、画像のみが与えられたときは、その変換がどのモデルに属するかわからない。これを推定するのに各モデルを候補としてそれぞれ変換を最適に計算し、その残差の最も小さいものを選ぶとすると、常に一般の 8 パラメータ射影変換が選ばれる。なぜなら、当てはめの自由度が大きいほど残差が小さくなるからである。したがって、モデルの “よさ” を測るには残差からモデルの自由度の与える影響を差し引いて比較しなければならない。その代表的な尺度が幾何学的 AIC であり、統計学における赤池の AIC を幾何学的推定問題に適用できるように拡張、変形したものである。

5　5 パラメータ射影変換モデル

カメラをレンズの中心にズームを変えながら回転行列 $\boldsymbol{R}$ だけ回転させたとする。回転前後の焦点距離を f, f' とし、次の無次元量を定義する。

$$\phi = \frac{f}{f_0}, \quad \phi' = \frac{f'}{f_0} \quad (11)$$

次の行列を定義する。

$$\boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & \phi \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{F}' = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & \phi' \end{pmatrix} \quad (12)$$

すると次の 5 パラメータ射影変換モデル (H_5) が得られる。

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{F}'^{-1}\boldsymbol{R}^\top\boldsymbol{F} \quad (13)$$

これを求めるにはこれを式 (8) に代入し、未知数 ϕ, ϕ', $\boldsymbol{R}$ について最小化すればよい。この最小化を行うレーベンバーグ・マーカート (LM) 法の手順は次のようになる。

1. c=0.001 とし、 ϕ, ϕ', $\boldsymbol{R}$ の初期値を与え、残差 $J = J(\phi, \phi', \boldsymbol{R})$ を計算する。
2. 次の勾配 ∇J とヘッセ行列 $\nabla^2 J$ を計算する。

$$\nabla J = \begin{pmatrix} \partial J/\partial\phi \\ \partial J/\partial\phi' \\ \nabla_{\boldsymbol{\Omega}} J \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$\nabla^2 J = \begin{pmatrix} \partial^2 J/\partial\phi^2 & \partial^2 J/\partial\phi\partial\phi' & (\nabla_{\boldsymbol{\Omega}}\partial J/\partial\phi)^\top \\ \partial^2 J/\partial\phi'\partial\phi & \partial^2 J/\partial\phi'^2 & (\nabla_{\boldsymbol{\Omega}}\partial J/\partial\phi')^\top \\ \nabla_{\boldsymbol{\Omega}}\partial J/\partial\phi & \nabla_{\boldsymbol{\Omega}}\partial J/\partial\phi' & \nabla^2_{\boldsymbol{\Omega}} J \end{pmatrix} \quad (15)$$

3. ヘッセ行列 $\nabla^2 J$ の対角要素のみからなる行列 $\boldsymbol{D}$ を求め、次の連立 1 次方程式を解く。

$$(\nabla^2 J + c\boldsymbol{D}) \begin{pmatrix} \Delta\phi \\ \Delta\phi' \\ \Delta\boldsymbol{\Omega} \end{pmatrix} = -\nabla J \quad (16)$$

4. 残差 $J' = J(\phi + \Delta\phi, \phi' + \Delta\phi', \mathcal{R}(\Delta\boldsymbol{\Omega}))$ を計算し、$J > J'$ であれば $c \leftarrow 10c$ としてステップ 3 に戻る。$J < J'$ かつ $|J - J'|/J < \epsilon_J$ なら終了する。そうでなければ $c \leftarrow c/10$ とし、ϕ, ϕ', $\boldsymbol{R}$ を次のように更新してステップ 2 に戻る。

$$\phi \leftarrow \phi + \Delta\phi, \quad \phi' \leftarrow \phi' + \Delta\phi', \quad \boldsymbol{R} \leftarrow \mathcal{R}(\Delta\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{R} \tag{17}$$

ただし、ϵ_J は収束判定のしきい値であり、$\mathcal{R}(\Delta\boldsymbol{\Omega})$ は $\Delta\boldsymbol{\Omega}$ を回転軸、$\|\Delta\boldsymbol{\Omega}\|$ をその周りの回転角とする回転行列である。式 (14), (15) の各要素の計算式を付録 A に示す。また、LM 法を開始するには初期値が必要であるが、その計算式は付録 B に示す。

反復が収束したときの残差を $\hat{J}_{H_5}$ とすると、幾何学的 AIC が次のように計算できる。

$$AIC_{H_5} = \hat{J}_{H_5} + \frac{10}{N}\epsilon^2 \tag{18}$$

行列 $\boldsymbol{H}$ がどんな形をしていても式 (10) は成り立つので、二乗ノイズレベル ϵ^2 にはそれによって得られる推定値を代入する。

6 4 パラメータ射影変換モデル

5 パラメータ射影変換モデルで焦点距離が変化しないとすると、式 (13) で $f = f'$ とおいて 4 パラメータ射影変換モデル (H_4) が得られる。このモデルのもとでの未知数 ϕ, $\boldsymbol{R}$ は前節の LM 法を修正することによって容易に求まる。また初期値も付録 B の方法を修正することによって容易に得られる。反復が収束したときの残差を $\hat{J}_{H_4}$ とすると、幾何学的 AIC が次のように計算できる。

$$AIC_{H_4} = \hat{J}_{H_4} + \frac{8}{N}\epsilon^2 \tag{19}$$

7 相似変換モデル

射影変換行列が次の形をしているとき、変換は「相似変換」となる。

$$\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} s\cos\theta & -s\sin\theta & t_1/f_0 \\ s\sin\theta & s\cos\theta & t_2/f_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{20}$$

これは原点の周りに角度 θ だけ回転し、s 倍に拡大し、(t_1, t_2) (単位は画素) だけ平行移動することを意味する。次のように置く。

$$\vec{x}_\alpha = \begin{pmatrix} x_\alpha/f_0 \\ y_\alpha/f_0 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}'_\alpha = \begin{pmatrix} x'_\alpha/f_0 \\ y'_\alpha/f_0 \end{pmatrix} \tag{21}$$

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad \vec{\tau} = \begin{pmatrix} t_1/f_0 \\ t_2/f_0 \end{pmatrix} \tag{22}$$

最適推定は式 (7) を拘束条件 $\bar{\boldsymbol{x}}'_\alpha = Z[\boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha]$ のもとで最小化することであり、ラグランジュ乗数を用いて拘束条件を消去すると次のようになる。

$$J = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N}(\vec{x}'_\alpha - sR\vec{x}_\alpha - \vec{\tau}, W_\alpha(\vec{x}'_\alpha - sR\vec{x}_\alpha - \vec{\tau})) \tag{23}$$

$$W_\alpha = \left(s^2 R V_0[\vec{x}_\alpha] R^\top + V_0[\vec{x}'_\alpha]\right)^{-1} \tag{24}$$

これを LM 法によって最小化する (詳細省略)。そのための初期値の計算式を付録 C に示す。

反復が収束したときの残差を $\hat{J}_S$ とすると、幾何学的 AIC が次のように計算できる。

$$AIC_S = \hat{J}_S + \frac{8}{N}\epsilon^2 \tag{25}$$

8 剛体運動モデルと並進モデル

式 (20) で $s = 1$ とすると「剛体運動モデル」となる。このモデルのもとでの未知数 θ, $\vec{\tau}$ の最適解も LM 法によって容易に求まる。また初期値も付録 C の方法を修正することによって容易に得られる。反復が収束したときの残差を $\hat{J}_M$ とすると、幾何学的 AIC が次のように計算できる。

$$AIC_M = \hat{J}_M + \frac{6}{N}\epsilon^2 \tag{26}$$

さらに $\theta = 0$ としたものが「並進モデル」であり、LM 法の残差を $\hat{J}_T$ とすると幾何学的 AIC は次のようになる。

$$AIC_T = \hat{J}_T + \frac{4}{N}\epsilon^2 \tag{27}$$

9 アフィン変換モデル

射影変換行列が次の形をしているとき、変換は「アフィン変換」となる。

$$\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & t_1/f_0 \\ a_{21} & a_{22} & t_2/f_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{28}$$

この場合も未知数 a_{11}, ..., a_{22}, t_1, t_2 を定める最適計算法とその LM 法を導くことができる (省略)。また初期値は最小二乗法によって解析的に計算できる (省略)。LM 法の残差を $\hat{J}_A$ とすると幾何学的 AIC は次のようになる。

$$AIC_A = \hat{J}_A + \frac{12}{N}\epsilon^2 \tag{29}$$

10 実画像実験

図 1は屋外シーンを写した 2 画像である。図中にマークした特徴点から計算した幾何学的 AIC は表 1のようになり、相似変換モデルが選ばれる。図 2(a) は

図 1: 屋外シーンの 2 画像とマッチさせる特徴点。

(a) (b)

図 2: (a) 最適射影変換による合成。(b) 本方法による結果。

表 1: 図 1の幾何学的 AIC

8 パラメータ射影変換	$9.92E-06$
5 パラメータ射影変換	$4.80E-02$
4 パラメータ射影変換	$1.57E-02$
相似変換	$7.32E-06$
剛体運動	$1.57E-02$
並進	$1.57E-02$
アフィン変換	$8.92E-06$

表 2: 図 3の幾何学的 AIC

8 パラメータ射影変換	$1.25E-05$
5 パラメータ射影変換	$3.65E-03$
4 パラメータ射影変換	$4.39E-02$
相似変換	$8.54E-06$
剛体運動	$3.55E-04$
並進	$3.53E-04$
アフィン変換	$1.08E-05$

前報 [8] の射影変換の最適計算によって画像を変換して重ね合わせた結果であり、図 2(b) は選択された相似変換を用いた結果である。

図 3は建物のシーンの 2 画像である。図中にマークした特徴点から計算した幾何学的 AIC は表 2のようになり、相似変換が選ばれる。図 4(a) は最適に計算した射影変換によってモザイクを生成した結果であり、図 4(b) は選択された相似変換を用いた結果である。

図 5は別のシーンの 2 画像である。図中にマークした特徴点から計算した幾何学的 AIC は表 3のようになり、並進が選ばれる。図 6(a) は最適に計算した射影変換によってモザイクを生成した結果であり、図 6(b) は選択された並進を用いた結果である。

このように、幾何学的 AIC により残差がなるべく少なくかつ自由度もなるべく少ないモデルを用いることにより画像の不自然な歪みを除去することができる。

11 まとめ

モザイク生成において画像間の重なりが小さく、マッチさせる特徴点の数が少数しか得られないとき、計算される射影変換が不安定となる。これは、実現し得る画像の変換は 8 自由度をもつ射影変換群の部分群に過ぎないのに 8 個の未知数をすべて計算すると、誤差のために実現し得ない解が得られるからである。本論文では変換の残差とその自由度の両方を考慮した「幾何学的 AIC」を用いて妥当なモデル (部分群) を自動的に選択し、これによって望ましくない歪みが除去できることを示した。この計算には何ら人為的なしきい値も必要としない。また、各候補モデルについて最適解を求める LM 法の手順および初期値計算のための解析解の導出を示すとともに、実画像例に本手法の有効性を確認した。

図 3: 建物シーンの 2 画像とマッチさせる特徴点。

(a) (b)

図 4: (a) 最適射影変換によるモザイク生成。(b) 本方法による結果。

表 3: 図 5の幾何学的 AIC

8 パラメータ射影変換	$4.01E-05$
5 パラメータ射影変換	$4.69E-05$
4 パラメータ射影変換	$4.45E-05$
相似変換	$4.38E-05$
剛体運動	$4.00E-05$
並進	$3.65E-05$
アフィン変換	$4.10E-05$

参考文献

[1] W. Förstner, Reliability analysis of parameter estimation in linear models with applications to mensuration problems in computer vision, *Comput. Vision Graphics Image Process.*, **40** (1987), 273–310.

[2] 星野准一, 増田功, 観測・推定画像間の誤差最小化によるパノラマ動画像の生成, 電子情報通信学会論文誌, **J81-D-II**-11 (1998), 2565–2575.

[3] 星野准一, 増田功, 局所的な輝度変動にロバストなパノラマ画像生成法, 電子情報通信学会論文誌, **J82-D-II**-2 (1999), 222–229.

[4] 星野准一, 増田功, パノラマ背景画像への移動物体画像の合成, 情報処理学会論文誌, **40**-5 (1999), 2367–2376

[5] 金谷健一, 「画像理解 — 3 次元認識の数理 —」, 森北出版, 1990.

[6] K. Kanatani, *Statistical Optimization for Geometric Computation: Theory and Practice*, Elsevier Science, Amsterdam, 1996.

[7] 金谷健一, 「形状ＣＡＤと図形の数学」, 共立出版, 1998.

[8] 金澤 靖, 太田直哉, 金谷健一, 射影変換行列の最適計算によるモザイク生成, 情報処理学会コンピュータビジョンとイメージメディア研究会, 99-CVIM-116-5 (1999-5), 9–16.

[9] D. D. Morris and T. Kanade, A unified factorization algorithm for points, line segments and planes with uncertainty models, *Proc. Int. Conf. Comput. Vision*, January 1998, Bombay, India, pp. 696–702.

[10] H. S. Sawhney, S. Hsu and R. Kumar, Robust video mosaicing through topology inference and local to global alignment, *Proc. 5th Euro. Conf. Comput. Vision*, June 1998, Freiburg, Germany, Vol. 2, pp. 103–119.

[11] J. Shi and C. Tomasi, Good features to track, *Proc. IEEE Conf. Comput. Vision Patt. Recogn.*, June 1994, Seatle, WA, pp. 593–600.

[12] 清水慶行, 太田直哉, 金谷健一, 信頼性評価を備えた最適な射影変換の計算プログラム, 情報処理学会コンピュータビジョンとイメージメディア研究会, 98-CVIM-111-5 (1998-5), 33–40.

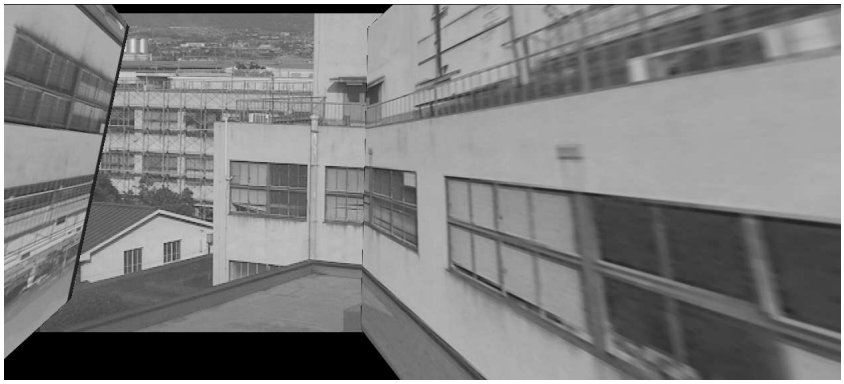
[13] A. Singh, An estimation-theoretic framework for image-flow computation, *Proc. 3rd Int. Conf. Comput. Vision*, December, 1990, Osaka, Japan, pp. 168–177.

[14] R. Szeliski and H.-U. Shum, Creating full view panoramic image mosaics and environment maps, *Proc. SIGGRAPH'97*, August 1997, Los Angeles, CA, U.S.A., pp. 251–258.

[15] 谷口行信, 阿久津明人, 外村佳伸, PanoramaExcerpts: パノラマ画像の自動生成・レイアウトによる映像一覧, 電子情報通信学会誌, **J82-D-II**-3 (1999), 390–398.

[16] I. Zoghlami, O. Faugeras and R. Deriche, Using geometric corners to build a 2D mosaic from a set

図 5: 建物シーンの 2 画像とマッチさせる特徴点。



(a)

(b)

図 6: (a) 最適射影変換によるモザイク生成。(b) 本方法による結果。

of images, *Proc. IEEE Conf. Comput. Vision Patt. Recog.*, June 1997, Puerto Rico, pp. 420–425.

A モデル H_5 の勾配とヘッセ行列

まず次のように置く。

$$\boldsymbol{e}_\alpha = \boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha \tag{30}$$

J の 1 階微分では $O(\boldsymbol{e}_\alpha)^2$ の項を無視する近似を行う。これは目的関数が $J = \sum_{\alpha=1}^{N}(\boldsymbol{e}_\alpha, \boldsymbol{W}_\alpha \boldsymbol{e}_\alpha)/N$ の形であり、その勾配 ∇J は $O(\boldsymbol{e}_\alpha)$ となるからである。このようにしても $\nabla J = 0$ の解には高次の誤差しか生じないことがわかる。特に $\boldsymbol{W}_\alpha$ の微分を含む項は $O(\boldsymbol{e}_\alpha)^2$ であるから $\boldsymbol{W}_\alpha$ は定数とみなせる。このとき、式 (14) の各要素は次のように計算される。

$$\frac{\partial J}{\partial \phi} = -\frac{2}{\phi N}\sum_{\alpha=1}^{N}(\boldsymbol{H}\boldsymbol{k}, \boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{W}_\alpha \boldsymbol{e}_\alpha) \tag{31}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \phi'} = \frac{2}{\phi' N}\sum_{\alpha=1}^{N}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha)(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{W}_\alpha \boldsymbol{e}_\alpha) \tag{32}$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\Omega}} J = \frac{2}{N}\sum_{\alpha=1}^{N}(\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}_\alpha)\times \boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{H}^\top(\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{W}_\alpha \boldsymbol{e}_\alpha) \tag{33}$$

ただし $\boldsymbol{k} = (0, 0, 1)^\top$ である。

J を 2 階微分するときには $O(\boldsymbol{e}_\alpha)$ の項を無視する近似を行う。これは目的関数が $J =$

$\sum_{\alpha=1}^{N}(\boldsymbol{e}_\alpha, \boldsymbol{W}_\alpha \boldsymbol{e}_\alpha)/N$ の形であり、ヘッセ行列 $\nabla^2 J$ は $O(1)$ となるからである。特に $\boldsymbol{W}_\alpha$ の微分を含む項は $O(\boldsymbol{e}_\alpha)$ であるから $\boldsymbol{W}_\alpha$ は定数とみなせる。このような近似を行っても構わない理由は、ニュートン法においては勾配が精度を定めるの対してヘッセ行列は収束の速度を支配するものであるから近似を加えても解の精度に影響しないためである。このようなヘッセ行列を用いる反復法は「ガウス・ニュートン法」と呼ばれ、解に近い初期値から開始する限り収束は十分に早く、ニュートン法にほとんど劣らないことが知られている。このとき、式 (15) の各要素は次のように計算される。

$$\frac{\partial^2 J}{\partial \phi^2} = \frac{2}{\phi^2 N}\sum_{\alpha=1}^{N}(\boldsymbol{H}\boldsymbol{k}, (\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{W}_\alpha \times \boldsymbol{x}'_\alpha)\boldsymbol{H}\boldsymbol{k}) \quad (34)$$

$$\frac{\partial^2 J}{\partial \phi'^2} = \frac{2}{\phi'^2 N}\sum_{\alpha=1}^{N}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha)^2(\boldsymbol{k}, (\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{W}_\alpha \times \boldsymbol{x}'_\alpha)\boldsymbol{k}) \quad (35)$$

$$\frac{\partial^2 J}{\partial \phi \partial \phi'} = -\frac{2}{\phi\phi' N}\sum_{\alpha=1}^{N}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha)(\boldsymbol{H}\boldsymbol{k}, (\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{W}_\alpha \times \boldsymbol{x}'_\alpha)\boldsymbol{k}) \quad (36)$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\Omega}}\frac{\partial J}{\partial \phi} = -\frac{2}{\phi N}\sum_{\alpha=1}^{N}(\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}_\alpha) \times \boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{H}^\top (\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{W}_\alpha \times \boldsymbol{x}'_\alpha)\boldsymbol{H}\boldsymbol{k} \quad (37)$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\Omega}}\frac{\partial J}{\partial \phi'} = \frac{2}{\phi N}\sum_{\alpha=1}^{N}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{H}\boldsymbol{k})(\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}_\alpha) \times \boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{H}^\top (\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{W}_\alpha \times \boldsymbol{x}'_\alpha)\boldsymbol{k} \quad (38)$$

$$\nabla^2_{\boldsymbol{\Omega}} J = \frac{2}{N}\sum_{\alpha=1}^{N}(\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}_\alpha) \times \boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{H}^\top (\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{W}_\alpha \times \boldsymbol{x}'_\alpha) \boldsymbol{H}\boldsymbol{F}^{-1} \times (\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}_\alpha) \quad (39)$$

ただし、ベクトル $\boldsymbol{a} = (a_i)$ と行列 $\boldsymbol{T} = (T_{ij})$ に対して積 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{T}\times\boldsymbol{a}$ はその (ij) 要素が $\sum \varepsilon_{ikl}\varepsilon_{jmn}a_k a_m T_{ln}$ の対称行列である。ここに ε_{ijk} はエディングトンのイプシロンであり、(ijk) が (123) の偶置換のとき 1、奇置換のとき -1、その他で 0 をとる。

B　モデル H_5 の初期値の計算

データ $\{\boldsymbol{x}_\alpha\}$, $\{\boldsymbol{x}'_\alpha\}$ から射影変換行列 $\boldsymbol{H} = (H_{ij})$ を計算する。これには前報 [8] に示した最適計算を用いてもよいし、簡単な最小二乗法を用いてもよい。まず ϕ' を次のように計算する。

$$\phi' = \sqrt{-\frac{A}{B}} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} A = {} & (H_{11}H_{12} + H_{21}H_{22})H_{31}H_{32} \\ & + (H_{12}H_{13} + H_{22}H_{23})H_{32}H_{33} \\ & + (H_{13}H_{11} + H_{23}H_{21})H_{33}H_{31} \end{aligned} \quad (41)$$

$$B = H_{31}^2H_{32}^2 + H_{32}^2H_{33}^2 + H_{33}^2H_{31}^2 \quad (42)$$

次に ϕ を次のように計算する。

$$\phi = \sqrt{\frac{H_{13}^2 + H_{23}^2 + H_{33}^2\phi'^2}{K}} \quad (43)$$

$$K = \frac{H_{11}^2 + H_{21}^2 + H_{12}^2 + H_{22}^2 + (H_{31}^2 + H_{32}^2)\phi'^2}{2} \quad (44)$$

回転行列 $\boldsymbol{R}$ を求めるには次の特異値分解を行う。

$$\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{H}^\top\boldsymbol{F}' = \boldsymbol{V}\begin{pmatrix}\sigma_1 & & \\ & \sigma_2 & \\ & & \sigma_3\end{pmatrix}\boldsymbol{U}^\top \quad (45)$$

解は次のようになる。

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{V}\begin{pmatrix}1 & & \\ & 1 & \\ & & \det(\boldsymbol{V}\boldsymbol{U}^\top)\end{pmatrix}\boldsymbol{U}^\top \quad (46)$$

このようにして得られる解は式 (13) の解析解であり、データに誤差がないときは真の値となる。誤差があるときは各変数に関する最小二乗解となっている。

C　モデル S の初期値の計算

画像座標 (x_α, y_α), (x'_α, y'_α) と並進 $\vec{\tau} = (\tau_1, \tau_2)^\top$ を次の複素数で表す。

$$z_\alpha = \frac{x_\alpha}{f_0} + i\frac{y_\alpha}{f_0}, \quad z'_\alpha = \frac{x'_\alpha}{f_0} + i\frac{y'_\alpha}{f_0}, \quad \tau = \tau_1 + i\tau_2 \quad (47)$$

画像座標の重心 z_C, z'_C を次のように計算する。

$$z_C = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} z_\alpha, \quad z'_C = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} z'_\alpha \quad (48)$$

重心からの変位 $\tilde{z}_\alpha$, $\tilde{z}'_\alpha$ を次のように計算する。

$$\tilde{z}_\alpha = z_\alpha - z_C, \quad \tilde{z}'_\alpha = z'_\alpha - z'_C \quad (49)$$

スケール因子 s と回転角 θ を次のように計算する。

$$s = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N}\mathrm{abs}[\frac{\tilde{z}'_\alpha}{\tilde{z}_\alpha}], \quad \theta = \arg[\frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} S[\frac{\tilde{z}'_\alpha}{\tilde{z}_\alpha}]] \quad (50)$$

$$S[Z] = \frac{Z}{\mathrm{abs}[Z]} \quad (51)$$

並進 τ を次のように計算する。

$$\tau = z'_C - se^{i\theta}z_C \quad (52)$$