

1章

重ね合せの原理と応用

—線形代数, 行列とベクトル

金谷 健一

1.1 画像のベクトル空間

ベクトルとは足したり引いたり何倍かしたりできるもののことであり、その集合をベクトル空間と呼ぶ。矢印は平行四辺形の法則によって足したり引いたりできるし、長さを何倍かすることができるのでベクトルである。数値を（縦または横に）決まった数だけ並べたものは、各数値ごとに足したり引いたり何倍かできるから、これもベクトルである^{†1}。ディスプレイ上に表示される画像は格子状に配置した画素と呼ぶ点の集まりであり、各画素に濃淡を指定する数値が対応し、それに応じて画面が光っている^{†2}。2枚の画像の「和」や「差」や「定数倍」を各画素ごとの和や差や定数倍で定義できるから、一定の画素の配置をもつ画像は「ベクトル」である。

次のように反論するかもしれない。「各画素のメモリは有限長である。たとえば8ビットなら0から255までの256階調しか表現できない^{†3}。足したり何倍かするとその範囲を越えてしまうし、引くとマイナスになることもある」。これは次のように考える。まず表現できる濃度範囲の中央値を0と約束し、それ以上を正の濃度、それ以下を負の濃度と約束する。次に“真の画像”は $-\infty$ から ∞ までの連続した濃淡値をもつが、それが離散値に四捨五入され、上限を超える値は上限値が、下限を下回る値は下限値がメモリに蓄えられていると考える^{†4}。すなわち、“真の画像”の集合がベクトル空間であって、ディスプレイ上に見えるのはその“近似画像”であり、計算機による画像処理は真の画像に対する処理を近似的に実行しているとみなす。このように考えても、階調数がある程度以上多く、濃淡値のほとんどが表現可能な範囲のうちの狭い区間に集中しているような画像を考える限り問題は生じない。それどころか、そのように考えることによってさまざまな画像の認識や処理が可能となる。工学とはこのように数学的な理想化を巧妙に行なうことによって便利な物やシステムを実現する学問である。その一例を以下に紹介する。

†1 「ベクトルとは“大きさ”と“方向”をもつ量である」と教えられ、そう思い込んでいる人が多いがそれは誤りである。“ベクトル”(1, 3, -1, 4, 5)の“方向”は何? 矢印はイメージするのに役立つが、重要なことは足したり引いたり何倍かしたりできることである。

†2 カラー画像は赤(R)、緑(G)、青(B)の成分からなる画像が合成されている。

†3 0を完全な黒、最高階調値を完全な白と考えても、0を完全な白、最高階調値を完全な黒と考えてもよい。前者の場合を輝度、後者の場合を濃度とよんで区別することもある。大抵の画像処理装置には両者を切り替える反転スイッチが用意されていて、自由に選択できる。

†4 そのような操作を量子力学との類推から量子化と呼ぶ。

1.2 画像空間の基底

ベクトル空間の基本的な性質は、少数のベクトルを何倍かして足し合わせることによってさまざまなベクトルが得られることである。これを重ね合せの原理とよぶ。画像の場合も少数の画像を何倍かして足し合わせることでさまざまな画像が得られる。そのような操作を線形結合とよび^{†1}、その線形結合によってあらゆるベクトルが得られるような最少個数のベクトルを基底とよぶ。ベクトル空間の基底はどう選んでもそれを構成するベクトルの数は一定であることが知られている。その数をそのベクトル空間の次元とよぶ。

$n \times n$ 画素の左上から縦横にそれぞれ $0, \dots, n-1$ の番号をつけ、 (i, j) 画素のみが1で、残りの画素がすべて0である画像を e_{ij} と書くと、 n^2 枚の画像 $\{e_{ij}\}$, $i, j = 0, \dots, n-1$ は明らかに基底である。たとえば (i, j) 画素の濃淡値が f_{ij} である画像は

$$f = \sum_{i,j=0}^{n-1} f_{ij} e_{ij} \tag{1.1}$$

と書ける。したがって $n \times n$ 画像の全体は n^2 次元ベクトル空間である。 $\{e_{ij}\}$ は自明な基底とか自然な基底とか呼ばれるが、各 e_{ij} は1点のみからなる画像であり、画像としての意味は何もない。

工夫すると次のような基底が得られる。まずすべての画素の値が1であるような画像を考える。次に画像を $(n/2) \times (n/2)$ 画素の4枚に分割し、そのうちの2枚のすべての画素を1に、残りの2枚のすべての画素を-1にする画像を考える。ただし、すでに作った画像と同じか1と-1を反転すると同じになるものは除く。さらに各 $(n/2) \times (n/2)$ 画像を4枚の $(n/4) \times (n/4)$ 画像に分割し^{†2}、以下同様にする（これを組織的に行なう簡単な方法はまず行および列のみの基底を構成し、それらからテンソル積とよばれる操作によって行列の基底を構成することである）^{†3}。このようにしてさまざまな大きさの格子状のパターンからなる画像が得られ、最後に得られるものは隣り合う画素が1, -1となる市松模様である（図1.1に 4×4 画像の場合の例を示す）。任意の画像はそのような画像の重ね合せで得られる。あるいは ± 1 の代わりに三角関数を利用する基底も考えられる。

このような基底は工学的に重要な役割を果たす。それは基底を画像として並べたとき、大まかに変化する画像から次第に変化が激しくなる画像になるからである。変化のスケール^{†4}の大小

†1 時間や空間を座標として対応する値をベクトルとみなすものを工学分野では信号とよぶことが多い。信号に対しては“重ね合せ”という言葉がよく用いられる。

†2 画像の縦横の画素数は256や512のようにべき乗に選ぶのが普通であるから、次々に2で割ることができる。

†3 第 i 成分が a_i , b_i の n 次元列ベクトルをそれぞれ a , b とすると、第 (ij) 要素が $a_i b_j$ の $n \times n$ 行列を a , b のテンソル積とよぶ。これを $a \otimes b$ と書く。行列の積の約束によれば ab^T とよぶ。ただし T は転置記号である。

†4 三角関数の場合の“波長”に相当する。

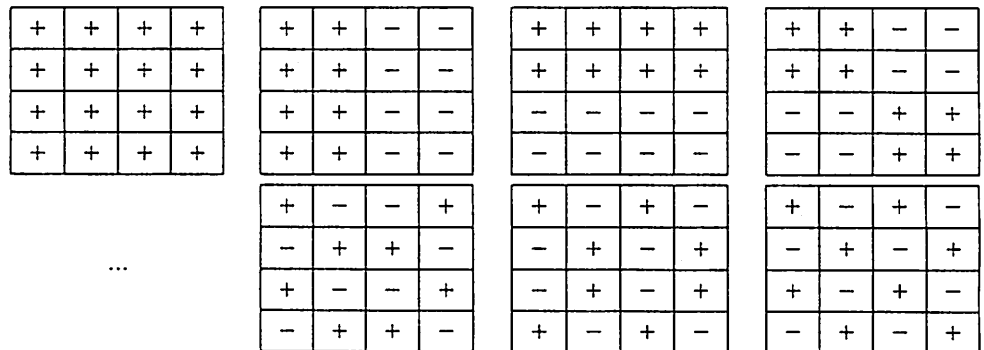


図1.1 4×4 画像の基底 (+ は +1, - は -1 を表わす)

大きいものから小さいものへ通し番号をつけたものを $\{e_k\}$, $k = 1, \dots, n^2$ とすると, 任意の画像 f は次のように基底の重ね合せとして表わせる.

$$f = c_1 e_1 + c_2 e_2 + \dots + c_{n^2} e_{n^2} \quad (1.2)$$

これを画像 f の基底 $\{e_k\}$ に関する展開と呼び, 各項をその基底に関する成分とよぶ. 比喩的に最初のほうの変化のスケールの大きい部分を低周波成分, 最後のほうの変化のスケールの小さい部分を高周波成分とよぶ.

風景や人物などの画像は普通は濃淡の変化が緩やかであるから, 上記の展開において高周波成分をある程度削除した画像を見てもほとんど差を感じない. 多くの画像では n^2 個の係数 c_1, \dots, c_{n^2} のうちのごく一部分 c_1, \dots, c_m ($m \ll n^2$) のみを用いて原画像がほぼ再現できる. これを利用すると, 画像をメモリに保存したり遠隔地に伝送するのにそれら少数の数値のみを保存したり伝送すればよい. これによってメモリの容量の節約や伝送速度の向上が可能となる. このような技術は画像圧縮, あるいは一般にデータ圧縮とよばれ, インターネットの活用に関して今日最も関心が高まっている問題の一つである.

1.3 画像の内積と正規直交基底

±1 を配置して作った基底や三角関数を用いて作った基底によって画像圧縮ができるのは, それらの基底画像を“スケール”の順に並べることができるからであるが^{†1}, もう一つ大切な性質がある. それは基底画像が互いに“直交する”ことである. 正確に述べると次のようになる. 二つの画像 $f = (f_{ij})$, $g = (g_{ij})$ の内積を次のように定義する.

$$(f, g) = \sum_{i,j=0}^{n-1} f_{ij} g_{ij} \quad (1.3)$$

特に $g = f$ とした場合を

$$\|f\|^2 = \sum_{i,j=0}^{n-1} f_{ij}^2 \quad (1.4)$$

と書き, $\|f\|$ を画像 f のノルムとよぶ^{†2}. そして $(f, g) = 0$ のとき画像 f と画像 g は互いに直交するという. たとえば $n \times n$ 画像を4枚の $(n/2) \times (n/2)$ 画像に分割し, そのうちの2枚をすべて1に, 残りの2枚をすべて-1にした画像は明らかに全画像が1の画像と直交する. 残りの基底はこの操作を再帰的に適用しているから, どの基底画像も互いに直交する. また三角関数を用いた基底は波長が異なる画像の内積はプラスマイナスが打ち消し合って0になるので互いに直交する.

直交するという性質はそれぞれの画像を何倍しても変化しないから, 適当に定数倍して自分自身との内積の値が1になるようにすることができる. 異なるものは互いに直交し, 自分自身との内積の値が1になるようなベクトル集合を正規直交系とよび, そのような基底を正規直交基底という. $\{e_k\}$ が正規直交基底であることを式で書くと次のようになる.

$$(e_k, e_l) = \delta_{kl} \quad (1.5)$$

δ_{kl} は $k = l$ のとき1, $k \neq l$ のとき0となることを表わす記号であり, クロネッカのデルタとよぶ.

正規直交基底 $\{e_k\}$ を用いる最大の利点は, 式(1.2)の展開係数 c_1, \dots, c_{n^2} の計算が著しく簡

†1 一般の信号に対してこのようにスケールの大小をもつ基底を組織的に生成するにはウェーブレットとよぶ波形を利用する. そうして生成された基底に関する展開係数を計算することをウェーブレット変換とよぶ.

†2 式(1.4)の右辺は信号理論でいう“エネルギー”に当たるので, 右辺の形を“ノルム”とよぶほうがイメージ的にはふさわしいが, 数学的にはその平方根をノルムとよぶ.

単になることにある。実際、 c_x を求めるには基底画像 e_x と画像 f との内積を計算すればよい。すなわち

$$c_x = (e_x, f) \tag{1.6}$$

である^{†1}。右辺の f に式(1.2)を代入して展開すると左辺に等しくなることが次のように確かめられる。

$$(e_x, f) = \left(e_x, \sum_{\lambda=1}^{n^2} c_\lambda e_\lambda \right) = \sum_{\lambda=1}^{n^2} c_\lambda (e_x, e_\lambda) = \sum_{\lambda=1}^{n^2} c_\lambda \delta_{x\lambda} = c_x \tag{1.7}$$

正規直交基底を考える利点は展開の計算が簡単になることのみではない。それは一部の基底画像のみの重ね合せで原画像を最良に近似するには、式(1.2)の展開で単に残りの基底の成分を削除すればよいという事実である。これは次のように確かめられる。画像 $f = (f_{ij})$ と画像 $f' = (f'_{ij})$ の違いを次の量で測るとする。

$$\|f - f'\|^2 = \sum_{i,j=0}^n (f_{ij} - f'_{ij})^2 \tag{1.8}$$

画像 f が式(1.2)のように展開され、画像 f' が

$$f' = c'_1 e_1 + c'_2 e_2 + \dots + c'_{n^2} e_{n^2} \tag{1.9}$$

と展開されるとすると、式(1.8)は次のようになる^{†2}。

$$\begin{aligned} \|f - f'\|^2 &= \left\| \sum_{\kappa=1}^{n^2} (c_\kappa - c'_\kappa) e_\kappa \right\|^2 = \left(\sum_{\kappa=1}^{n^2} (c_\kappa - c'_\kappa) e_\kappa, \sum_{\lambda=1}^{n^2} (c_\lambda - c'_\lambda) e_\lambda \right) \\ &= \sum_{\kappa,\lambda=1}^{n^2} (c_\kappa - c'_\kappa)(c_\lambda - c'_\lambda) (e_\kappa, e_\lambda) = \sum_{\kappa,\lambda=1}^{n^2} (c_\kappa - c'_\kappa)(c_\lambda - c'_\lambda) \delta_{\kappa\lambda} \\ &= \sum_{\kappa=1}^{n^2} (c_\kappa - c'_\kappa)^2 \end{aligned} \tag{1.10}$$

f' が基底画像 e_1, \dots, e_m ($m < n$) を用いて画像 f を近似したものなら、上式で $c'_\kappa = 0$, $\kappa = m+1, \dots, n^2$ であるから $\|f - f'\|^2 = \sum_{\kappa=m+1}^{n^2} (c_\kappa - c'_\kappa)^2 + \sum_{\kappa=m+1}^{n^2} c_\kappa^2$ となる。これが最小になるのは $c_\kappa = c'_\kappa$, $\kappa = 1, \dots, m$, すなわち f' が f の展開を m 項で打ち切ったものの場合である。

1.4 画像の特徴による展開

±1を配置したり三角関数を用いたりして作った正規直交基底は画像圧縮には便利であるが、各基底画像は規則的な幾何学的模様であり、画像としての意味は特にない。以下では、“意味のある画像” からなる正規直交基底を作ることによって画像の内容を識別したり分類したりすることが容易になることを示そう。

たとえば多数の顔写真 $\{f_\alpha\}$, $\alpha = 1, \dots, N$ があって、顔の大きさがほぼ一定になるように調節してあるとする。これらの平均をとれば“平均顔”の画像 $g_0 = \sum_{\alpha=1}^N f_\alpha / N$ が得られる。各画像から g_0 を引いた

$$f'_\alpha = f_\alpha - g_0 \tag{1.11}$$

は平均顔からの差異を表わす画像である。もし個々の顔の差の代表的な特徴が見つかれば、各 f'_α はその画像の定数倍で近似できるであろう。たとえば個々の顔の違いが主として顔の縦横比であるなら、額と顎の部分がプラスで、頬の両側がマイナスの画像を考えると個々の差画像はその何倍かで近似できるであろう。そのような代表的な差画像を g_1 とする。そして各 f'_α と

†1 これが基底の作り方に応じて(2次元)アダマール変換、(2次元)ウォルシュ変換、(2次元)離散フーリエ変換、(2次元)離散コサイン変換などによられる。

†2 式(1.8)の計算から、式(1.2)、(1.9)の画像 $f = (f_{ij})$, $f' = (f'_{ij})$ に対して $\sum_{i,j=0}^{n-1} f_{ij} f'_{ij} = \sum_{\kappa=1}^{n^2} c_\kappa c'_\kappa$, $\sum_{i,j=0}^{n-1} f_{ij}^2 = \sum_{\kappa=1}^{n^2} c_\kappa^2$ が成り立つ。これらはそれぞれフーリエ解析に現われるパーセバルの定理、プランシェレルの定理に相当している。

それを g_1 の定数倍で最良に近似した画像との差を計算する。そのようにして得られた差画像をさらにある代表的な差画像 g_2 の定数倍で近似して、その差を計算し、これを続けて画像 g_3, g_4, \dots を作る。このとき g_1, g_2, g_3, \dots が正規直交系であるように工夫をすることとする。画像 f'_a を g_1, g_2, g_3, \dots に関して展開して次の表現が得られる¹¹。

$$f_a = g_0 + c_{a1}g_1 + c_{a2}g_2 + c_{a3}g_3 + \dots \quad (1.12)$$

これは個々の顔をまず平均顔で近似し、次に主たる特徴を補正し、さらに2次的な特徴を補正し、以下順に高次の特徴を補正しているとみなせる。このことから、ある適当な次数までの展開のみによって原画像をほぼ近似したり異なる顔を区別したりできるであろう。同一人物でも顔写真は撮影時期や撮影状況によって微妙に異なるが、顔自体の特徴は低次の補正部分がほぼ同一であると考えられるからである。

1.5 固有ベクトルによる基底

前項に述べた分解を計算するには次のようにすればよい。各 $n \times n$ 画像 f'_a の n^2 個の画素に1から n^2 までの通し番号をつけ、その値を縦に並べた n^2 次元列ベクトル \tilde{f}'_a を考える。それらのテンソル積の和として定義される次の $n^2 \times n^2$ 行列を計算する¹²。

$$\tilde{M} = \sum_{a=1}^N \tilde{f}'_a \tilde{f}'_a{}^T \quad (1.13)$$

行列 \tilde{M} の固有値を $\lambda_1, \dots, \lambda_{n^2}$ とし、それに対する単位固有ベクトルを $\tilde{g}_1, \dots, \tilde{g}_{n^2}$ とする。各ベクトル \tilde{g}_κ の n^2 個の要素を $n \times n$ 画素に配置し直したものを g_κ とすると、このようにして固有ベクトルから作った $\{g_\kappa\}$, $\kappa = 1, \dots, n^2$ は正規直交基底となる¹³。

復習1 固有値と固有ベクトル

行列 A の固有値とは

$$Ax = \lambda x, \quad x \neq 0$$

となる数 λ であり、 x をそれに対する固有ベクトルとよぶ。定義より固有ベクトルは何倍しても固有ベクトルであるから、適当な定数を掛けて単位ベクトルにしておくのが普通である。固有値は原理的には固有方程式

$$|\lambda I - A| = 0$$

を解いて求まる (I は単位行列、 $|\cdot|$ は行列式)。しかし、実際に計算するには固有ベクトルと合わせてヤコビ法とかハウスホルダー法などによばれる数値計算法を適用するのがよい。そのような固有値・固有ベクトルを計算するプログラムはほとんどの数値計算プログラムライブラリに備わっている。 $A^T = A$ であるような行列 A を対称行列とよぶ。対称行列の固有値はすべて実数であり、その固有ベクトルは互いに直交するようにとれることが知られている。あるベクトルの組 $\{b_a\}$, $a = 1, \dots, N$, があって、 A がテンソル積の和

$$A = \sum_{a=1}^N b_a b_a{}^T$$

と書けるとき、 A は半正値対称行列とよばれ、固有値はすべて非負であることが知られている。特に A が $m \times n$ 行列のとき $\{b_a\}$ が n 本の線形独立なベクトルを含む場合は A は正値対称行列とよばれ、固有値はすべて正であることが知られている。

†1 このような分析を統計学では主成分分析とよび、 g_1 の項を第1主成分、 g_2 の項を第2主成分、 \dots などとよぶ。数学ではカルーネン・ローエブ展開またはKL展開とよぶ。

†2 $\{\tilde{f}'_a\}$ をある確率分布に従って発生した n^2 次元空間の点データとみなすと \tilde{g}_0 が標本平均、 \tilde{M}/N が標本共分散行列に相当する。

†3 応用分野では画像 $\{g_\kappa\}$ は固有画像とよび (数学的には正しいとはいえないが)、固有画像のいくつかの重ね合わせで得られる画像の全体を画像の固有空間とよぶことが多い。

基底 $\{g_a\}$ が前項で述べた意味をもつことは次のように示せる。画像 g が主要な特徴を表わすということは各画像 f_a の平均画像からの差 f'_a を

$$f'_a \approx C_a g \quad (1.14)$$

の形でよく近似できるという意味である。画像 g に適当な定数を掛けて $\|g\| = 1$ であるように定めてあるとすると、すでに述べたようにそのような最良の近似を得るには $C_a = (f'_a, g)$ とすればよい。式(1.14)の近似がすべての画像についてよく成立するように g を定めるには

$$J = \sum_{a=1}^N \|f'_a - C_a g\|^2 \quad (1.15)$$

†1 これは n^2 次元空間に分布した N 個の“点” $\{f'_a\}$ に“直線”を最小二乗法で当てはめていることに相当する。これはその点集合の“重心”を通る。

を最小にするように g を定めればよい^{†1}。 $C_a = (f'_a, g)$ を代入し、 $\|g\| = 1$ であることを用いると次のように書ける。

$$J = \sum_{a=1}^N \|f'_a\|^2 - \sum_{a=1}^N (f'_a, g)^2 \quad (1.16)$$

これを最小にするには $\sum_{a=1}^N (f'_a, g)^2$ を最大にすればよい。 $n \times n$ 画像 f'_a , g を n^2 次元列ベクトルに並べ換えたものをそれぞれ \bar{f}'_a , \bar{g} とすると次のようになる。

$$\sum_{a=1}^N (f'_a, g)^2 = \sum_{a=1}^N (\bar{f}'_a, \bar{g})^2 = \sum_{a=1}^N \bar{g}^T \bar{f}'_a \bar{f}'_a{}^T \bar{g} = (\bar{g}, \left(\sum_{a=1}^N \bar{f}'_a \bar{f}'_a{}^T \right) \bar{g}) = (\bar{g}, \bar{M} \bar{g}) \quad (1.17)$$

†2 数学的にはベクトル g_1 の張る固有空間の直交補空間に制限して考えることに相当している。

上式を最大にする単位ベクトル \bar{g} は \bar{M} の最大固有値に対する固有ベクトルである。したがって \bar{g} は符号を除いて \bar{g}_1 に一致する。さらに $f'_a - C_a g_1$ について同様な計算をすると^{†2}、次の主要な特徴を表わすものは g_2 であり、以下固有値の大きいほうから順に並べた行列 \bar{M} の固有ベクトルが基底として得られる。

復習2 2次形式の最大値, 最小値

n 変数 x_1, \dots, x_n の2次式

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij} x_i x_j$$

を x_1, \dots, x_n の2次形式とよぶ。係数は $a_{ij} = a_{ji}$ と約束してよい(そうでなければ $x_i x_j = x_j x_i$ であるから、各 a_{ij} を $(a_{ij} + a_{ji})/2$ で置き換えても2次形式の値は変わらない)。したがって、対称行列 $A = (a_{ij})$ とベクトル $x = (x_i)$ を用いて (x, Ax) と書くことができる。特に A が半正値対称行列であった $A = \sum_{a=1}^n b_a b_a{}^T$ となっているときは

$$(x, Ax) = \sum_{a=1}^n (x, b_a)^2 \geq 0$$

となる。すなわち、半正値対称行列の2次形式は任意のベクトル x に対して非負である(逆も成立する)。 A がさらに正値対称行列であれば、等号が成り立つのは $x = 0$ の場合に限る。 x が単位ベクトルであるとき、 (x, Ax) を最大(最小)にする x は A の最大(最小)固有値に対する固有ベクトルであり、対応する固有値がその最大値(最小値)となることが知られている。したがって、半正値(正値)対称行列の固有値はすべて非負(正)である。

復習3 主軸変換

A の固有値を $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ とし、対応する単位固有ベクトルの正規直交系を $\{u_1, \dots, u_n\}$ とする。これを基底とみなしてベクトル x を $x = \sum_{i=1}^n c_i u_i$ と展開すると

$$(x, Ax) = \sum_{i=1}^n \lambda_i c_i^2$$

となる。このように基底を変えて2次形式を変数の2乗の項のみで表わすことを主軸変換とよぶ(2次形式の係数行列の固有値, 固有ベクトルをそれぞれ主値, 主軸ともよぶ)。Aが正値対称行列のとき $(x, Ax) = 1$ は n 次元空間の原点を中心とする楕円体を表わす。 u_1, \dots, u_n が対称軸方向であり, 対応する半径が $1/\sqrt{\lambda_1}, \dots, 1/\sqrt{\lambda_n}$ である。主軸変換はこの楕円体の対称軸が座標軸になるように座標系を回転することを意味する。

1.6 応用と画像例

前項で述べたことは変化するシーンや物体を連続的に撮影した動画像にも適用できる。動画像系列から固有ベクトルによる基底を計算しておけば, 画像の大まかな変化は展開係数のうちの最初のいくつかのみで記述できるので, シーンや物体の変化の様子を計算機で解析するのに便利である。たとえば m 個 ($m \ll n^2$) の係数で表わすと動画像は m 次元空間の軌跡として表現できるので, ある特定の画像がどの時刻に撮影されたか, あるいはどの時刻に撮影されたものに近いかを知りたいときは, その画像を基底 $\{g_i\}$ に関して展開し, 最初の m 個の係数で定義される m 次元空間の点とその軌跡のどの点に近いかを調べればよい[†]。展開係数を求めるにはその画像と基底画像との内積を計算すればよいので, m 枚の画像のみとの比較計算をすればよい。これは動画像系列のすべての画像と比較計算することに比べるとたいへん効率がよい。

図1.2はいろいろな表情をした一人の顔画像とその基底画像の最初の3枚であり, 図1.3は回転する物体の画像系列とその基底画像の最初の3枚である[†]。これを見ても, 基底画像は変化しやすい部分を変化の著しい順に抽出したものであることがわかる。

† 図1.2, 1.3の画像例はNTT基礎研究所の村瀬洋氏の好意による。

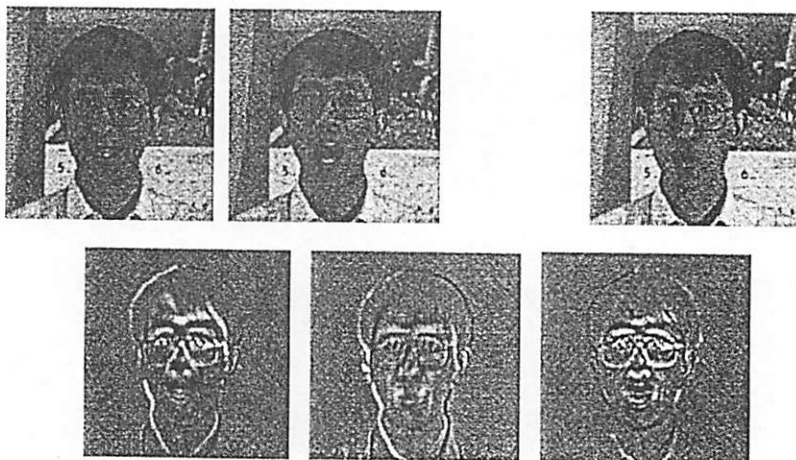


図1.2 いろいろな顔画像(上)とその基底画像(下)

1.7 まとめ

本稿では画像の表示, 記憶, 伝送, 識別, 分類というような身近な問題でも, その背後で線形代数が重要な役割を果たしていることを例を通して説明した。線形代数は単なる抽象的な数

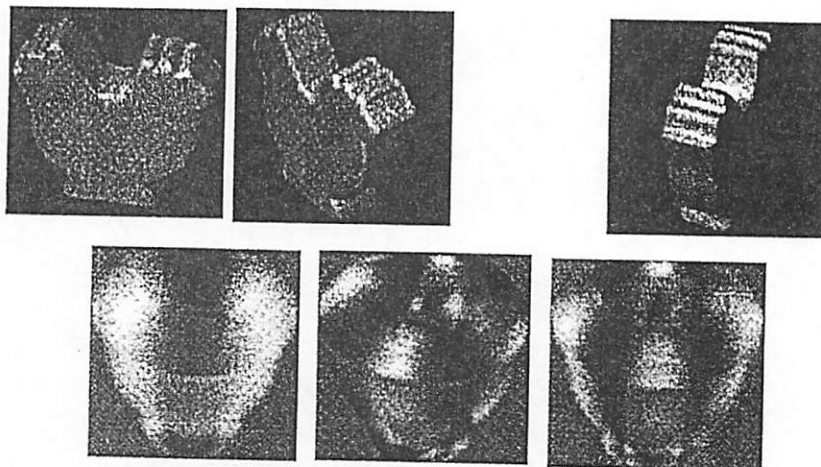


図 1.3 回転する物体の画像系列 (上) とその基底画像 (下)

学理論でもないし、ベクトルや行列、行列式、連立1次方程式の数値計算の仕方を示すだけのものでもない。線形代数は画像に限らず“重ね合せ”の操作が意味をもつ理学・工学のすべての問題に共通する考え方の枠組みを提供するものである。改めて線形代数の教科書を引き出して復習してみるのも有益なことであろう。

謝辞 固有ベクトルによる基底の画像認識への応用についてはNTT基礎研究所の村瀬洋氏の研究を参考にした。画像例を提供して下さった村瀬氏に感謝します。

参考文献

- 1) 村瀬洋：古くて新しい画像認識法—固有空間法による画像認識—, 情報処理, Vol.38, No.1, pp.54-60, 1997.