平面パタンを用いる移動カメラのキャリブレーション

松永 力* 金谷 健一†

*(株) 朋栄 放送システム開発部 †群馬大学工学部情報工学科

複合現実感実現の基本となるカメラキャリブレーションのために、物体の背後に参照板を設置し、カメラ位置やズームを変えながら物体を自由に撮影する過程でその画像を解析しながら実行する方法 (「同時校正」) を提案する。これにより柔軟な応用が可能となり、簡単な処理で実現できる。観測される特徴点が事前には未知であり数も限定されているので高精度の計算が必要であり、また精度が状況ごとにまたフレームごとに異なる。本論文では誤差がないときに厳密解となる解析解を導出するとともに、誤差のあるとき精度の理論限界を達成する最適解を計算する。またその解の信頼性評価を行う手順を述べ、その有効性をシミュレーションおよび実画像実験によって確認する。本方法はＣＧと実写人物画像とを合成する「仮想スタジオ」にも有効である。

キーワード: 複合現実感、カメラキャリブレーション、射影変換、信頼性評価、精度の理論限界、焦点距離

Calibration of a Moving Camera Using a Planar Pattern

Chikara Matsunaga* and Kenichi Kanatani†

*Broadcast Division, FOR-A Co. Ltd
2-3-3 Ohsaku, Sakura, Chiba 285-0802 Japan
†Department of Computer Science
Gunma University, Kiryu, Gunma 376-8515 Japan

With a view to mixed reality applications, we present a flexible and simple procedure for computing the position and the focal length of a continuously moving and continuously zooming camera from an image of a planar pattern placed behind the object ("simultaneous calibration"). Since visible feature points are limited in number and unkown in advance, the reliability of the solution differs from circumstance to circumstance and from frame to frame. We derive an analytical solution that is exact in the absense of noise. We also describe a procedure for computing an optimal solution that attains the theoretical accuracy bound in the presence of nosie. This procedure also evaluates the reliability of the solution in the course of its computation. We demonstrate the effectiveness of our method by simulation and real-image examples. Our method can be applied to fuse CG images with real human images in "virtual studio" applications.

Key words: mixed reality, camera calibration, homography, reliability evaluation, theoretical accuracy bound, focal length

謝辞: 本研究の一部は文部省科学研究費基盤研究Ｃ (2) (No. 09680352) によった。

* 285-0802 千葉県佐倉市大作 2–3–3 (株) 朋栄 放送システム開発部, Tel: (043)498-1239, Fax: (043)498-2223
†376-8515 桐生市天神町 1–5–1 群馬大学工学部情報工学科, Tel: (0277)30-1842, Fax: (0277)30-1801
E-mail: matsunaga@for-a.co.jp, kanatani@cs.gunma-u.ac.jp

1. 序論

実在の物体の３次元表示はインターネットカタログや仮想博物館 [19] を始め、多くの応用が考えられる。また実物や実シーンから構築した３次元モデル・環境とＣＧで生成した仮想物体・仮想シーンとの融合は「複合現実感」とも呼ばれ、今日のメディア処理研究の中心テーマとなっている [15]。このような実物や実シーンの画像からの３次元復元にはそれを撮影したカメラの位置や焦点距離などの内部パラメータを知ること (「カメラキャリブレーション」) が不可欠である。

代表的な方法はあらかじめカメラの内部パラメータを推定し、それを固定したまま撮影することである (「事前校正 (pre-calibration)」)。その結果、2 画像の特徴点の対応からカメラ位置と３次元構造がスケールを除いて復元できる [3, 5]。またシーン中の３次元構造が既知の特徴点を抽出すれば１枚の画像からカメラ位置の計算ができる。これは移動ロボットの位置決め問題として多くの研究がある [1, 7, 10, 21, 22, 24]。

一方、最近ではカメラの内部パラメータが未知のまま、シーンに関して何の知識も仮定せず多数の画像からカメラパラメータとシーンの３次元形状を同時に計算する「自己校正法 (self-calibration)」の進歩が著しい [16, 26]。これは屋外シーンのように制御できない環境では有効であるが複雑な処理を必要とするので、室内のような制御できる環境ではカメラ位置や内部パラメータをキャリブレーションしてから３次元復元を行うほうが精度も高く、処理も簡単である。

しかし、多くの応用では１台のカメラでズームを変えつつ連続的に移動しながら撮影することが多い。したがって、あらかじめ焦点距離をキャリブレーションして固定しておくことはできず、各フレームごとに物体の撮影と同時にキャリブレーションを行う必要がある。このために考えられるのが、物体の背後に物体像と分離しやすい既知のパタンを描いた参照板を設置し、その部分の画像を解析して計算することである (図 1)。これを「事前校正」、「自己校正」に対比して「同時校正 (simultaneous calibration)」と呼ぶことにする。

これは原理的には参照板を用いるカメラキャリブレーションとして古くから知られて [5]、特に Tsai の方法が有名である [23]。しかし同時校正に用いるには事前校正にはない種々の問題が生じる。

- 事前校正では特徴点の選択を人手で介入できるが、同時校正では対応の識別をすべて自動化しなければならない。我々は既にこのための識別しやすいパタンの研究を行っている [8, 9, 11, 12]。
- 事前校正ではキャリブレーションに都合がよいように参照板を設置できるが、同時校正では参照板とカメラの相対的位置は事前には未知であり、これによって得られる精度が左右される。
- 事前校正では必要な精度を得るために十分な数の特徴点を選ぶことができるが、同時校正では物体の背景に撮影される限定された数の特徴点しか得られないし、その数は事前には未知である。

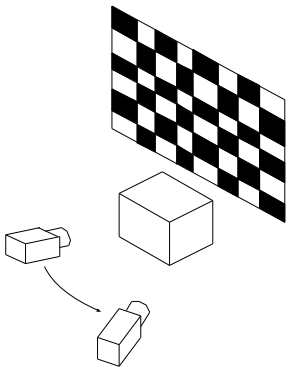


図 1: 連続的に移動するカメラの同時校正。

したがって少数の特徴点による高精度の計算が必要である。また精度が状況やフレームごとに異なるので、それを定量的に評価する必要がある。Tsai の方法は単に計算が可能だというだけであり、誤差の統計的挙動に基づいた最適化や解の信頼性評価はまったく考慮されていない。

このような幾何学的拘束条件に基く最適計算と信頼性評価の一般論は金谷 [4, 6] によって研究されている。本論文ではこれを適用し、最適解を計算すると同時に解の信頼性評価を行う手順を記述する。これは反復を伴うので、その初期値として誤差がないとき厳密解となる解析解を導出する。そして提案手法の有効性をシミュレーションおよび実画像実験によって確認する。

本論文で提案する同時校正法は「仮想スタジオ」[14] にも応用できる。具体的には背景に濃紺色と淡紺色で描かれたパタンを設置し、クロマキー技法によって人物部分とパタン部分に分離し、パタン部分からキャリブレーションを行えば、ＣＧにより生成した仮想的環境と人物像とを動的にリアルタイムで合成できる [2]。

2. 基本原理

XYZ ワールド座標系を固定し、原点から距離 d の位置に XY 面に平行に平面パタンを置く。カメラ

の焦点距離以外の内部パラメータは既知で撮像が透視変換とみなせるとする。まず焦点距離を f_0 とし、レンズ中心を XYZ ワールド座標系の原点に置き、光軸を Z 軸に一致させ、画像の x, y 座標軸が X, Y 座標軸に平行になるようにカメラを仮想的に置く。この状態からカメラを回転行列 $\boldsymbol{R}$ だけ回転し、ベクトル $\boldsymbol{t}$ だけ並進し、焦点距離を f に変化させるとする。$\{\boldsymbol{t}, \boldsymbol{R}\}$ を「運動パラメータ」と呼ぶ。平面パタン上の位置 (X_α, Y_α, d) にある特徴点の画像座標がカメラの移動後に (x_α, y_α) であるとし、次のベクトルを定義する。

$$\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha = \begin{pmatrix} X_\alpha/d \\ Y_\alpha/d \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x}_\alpha = \begin{pmatrix} x_\alpha/f_0 \\ y_\alpha/f_0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

このとき両者は次の関係で結ばれる [6]。

$$\boldsymbol{x}_\alpha = Z[\boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha], \tag{2}$$

ただし $Z[\cdot]$ は第 3 成分を 1 とする正規化作用素であり、行列 $\boldsymbol{H}$ は次のように与えられる [6]。

$$\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & f_0/f \end{pmatrix} \boldsymbol{R}^\top \left(\boldsymbol{I} - \frac{\boldsymbol{t}\boldsymbol{k}^\top}{d} \right) \tag{3}$$

ここに $\boldsymbol{k} = (0, 0, 1)^\top$ である。式 (2) は「射影変換」と呼ばれる。行列 $\boldsymbol{H}$ は「射影変換行列」と呼ばれ [4, 6]、これを最適に計算すると同時にその信頼性を評価するプログラムが公開されている [20]。

特徴点のパタン上の座標 (X_α, Y_α) は既知であり、基準となるカメラとパタンとの距離 d および焦点距離 f_0 は標準的な値に設定する。データはカメラの移動後に観測する特徴点の画像座標 (x_α, y_α) であり、未知数は運動パラメータ $\{\boldsymbol{t}, \boldsymbol{R}\}$ と移動後の焦点距離 f である。回転行列は 3 自由度しかないから、未知数は合計 7 個である。したがって、4 個以上の特徴点を観測すればこれらが定まる。

3. 最適計算

データベクトル $\boldsymbol{x}_\alpha$ の共分散行列を $V[\boldsymbol{x}_\alpha]$ とする。この絶対的な大きさをあらかじめ予測するのは困難であるので、定数倍を除いて既知であるとし、次のように置く。

$$V[\boldsymbol{x}_\alpha] = \epsilon^2 V_0[\boldsymbol{x}_\alpha] \tag{4}$$

未知の定数 ϵ を「ノイズレベル」と呼ぶ。ノイズの相対的な性質を記述する行列 $V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]$ は既知とし、「正規化共分散行列」と呼ぶ。$\boldsymbol{x}_\alpha$ の第 3 成分は定数 1 であるから $V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]$ は第 3 行、第 3 列がすべて 0 のランク 2 の特異行列である。特に特徴的なノイズの現れかたをしない場合はデフォルト値 $V_0[\boldsymbol{x}_\alpha] = \mathrm{diag}(1, 1, 0)$ (対角要素を 1, 1, 0 の対角行列) を用いる。このとき、最適な推定値は次の二乗「マハラノビス距離」の最小化によって得られる

$$J = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^{N} (\boldsymbol{x}_\alpha - Z[\boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha], V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]_2^- (\boldsymbol{x}_\alpha - Z[\boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha])) \tag{5}$$

ただし $(\cdot)_r^-$ は大きい r 個の固有値以外を 0 に置き換えて計算したランク r の (ムーア・ペンローズの) 一般逆行列を表す。式 (5) の最小値はニュートン法によって得られる。数値計算を安定化するために f, $\boldsymbol{t}$ の代わりに無次元変数 ϕ, $\boldsymbol{\tau}$ を導入し、次のように置く。

$$\phi = \frac{f}{f_0}, \quad \boldsymbol{\tau} = \frac{\boldsymbol{t}}{d}, \quad \boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & \phi \end{pmatrix},$$

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_\alpha = Z[\boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha], \quad \boldsymbol{Q}_\alpha = \boldsymbol{I} - \tilde{\boldsymbol{x}}_\alpha \boldsymbol{k}^\top, \quad \boldsymbol{e}_\alpha = \boldsymbol{x}_\alpha - \tilde{\boldsymbol{x}}_\alpha \tag{6}$$

3.1 勾配

関数 J の未知数 ϕ, $\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{R}$ に関する勾配 ∇J は次のように与えられる。

$$\nabla J = \begin{pmatrix} \partial J/\partial \phi \\ \nabla_{\boldsymbol{\tau}} J \\ \nabla_{\mathbf{R}} J \end{pmatrix}, \tag{7}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \phi} = -\frac{2}{N\phi} \sum_{\alpha=1}^{N} (\tilde{\boldsymbol{x}}_\alpha, V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]_2^- \boldsymbol{e}_\alpha),$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\tau}} J = \frac{2}{N} \boldsymbol{R}\boldsymbol{A}^{-1} \sum_{\alpha=1}^{N} \frac{\boldsymbol{Q}_\alpha^\top V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]_2^- \boldsymbol{e}_\alpha}{(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha)},$$

$$\nabla_{\mathbf{R}} J = \frac{2}{N} \sum_{\alpha=1}^{N} \frac{(\boldsymbol{R}\boldsymbol{A}\boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha) \times \boldsymbol{R}\boldsymbol{A}^{-1} \boldsymbol{Q}_\alpha^\top V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]_2^- \boldsymbol{e}_\alpha}{(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha)} \tag{8}$$

3.2 ヘッセ行列

J を 2 階微分するときには $O(\boldsymbol{e}_\alpha)$ の項を無視する近似を行う。これはヘッセ行列 $\nabla^2 J$ は $O(1)$ となるからである。この近似を用いたニュートン法は「ガウス・ニュートン法」とも呼ばれる。このような近似を行ってよい理由は、ニュートン法においては勾配が精度を定めるのに対してヘッセ行列は収束の速度を支配するものであり、近似を加えても解の精度

に影響しないためである。この近似のもとでヘッセ行列 $\nabla^2 J$ は次のように与えられる。

$$\nabla^2 J = \begin{pmatrix} \partial^2 J/\partial\phi^2 & (\nabla_{\boldsymbol{\tau}}\partial J/\partial\phi)^\top & (\nabla_{\mathbf{R}}\partial J/\partial\phi)^\top \\ \nabla_{\boldsymbol{\tau}}\partial J/\partial\phi & \nabla^2_{\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{\tau}} J & (\nabla^2_{\mathbf{R}_{\boldsymbol{\tau}}} J)^\top \\ \nabla_{\mathbf{R}}\partial J/\partial\phi & \nabla^2_{\mathbf{R}_{\boldsymbol{\tau}}} J & \nabla^2_{\mathbf{R}\mathbf{R}} J \end{pmatrix}, \tag{9}$$

$$\frac{\partial^2 J}{\partial\phi^2} = \frac{2}{N\phi^2}\sum_{\alpha=1}^{N}(\tilde{\boldsymbol{x}}_\alpha, V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]_2^- \tilde{\boldsymbol{x}}_\alpha),$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\tau}}\frac{\partial J}{\partial\phi} = -\frac{2}{N\phi}\boldsymbol{R}\boldsymbol{A}^{-1}\sum_{\alpha=1}^{N}\frac{\boldsymbol{Q}_\alpha^\top V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]_2^- \tilde{\boldsymbol{x}}_\alpha}{(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha)},$$

$$\nabla^2_{\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{\tau}} J = \frac{2}{N}\boldsymbol{R}\boldsymbol{A}^{-1}\Big(\sum_{\alpha=1}^{N}\frac{\boldsymbol{Q}_\alpha^\top V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]_2^- \boldsymbol{Q}_\alpha}{(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha)^2}\Big)\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{R}^\top,$$

$$\nabla_{\mathbf{R}}\frac{\partial J}{\partial\phi} = -\frac{2}{N\phi}\sum_{\alpha=1}^{N} \frac{(\boldsymbol{R}\boldsymbol{A}\boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha)\times \boldsymbol{R}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{Q}_\alpha^\top V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]_2^- \tilde{\boldsymbol{x}}_\alpha}{(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha)},$$

$$\nabla^2_{\mathbf{R}_{\boldsymbol{\tau}}} J = \frac{2}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} \frac{(\boldsymbol{R}\boldsymbol{A}\boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha)\times \boldsymbol{R}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{Q}_\alpha^\top V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]_2^- \boldsymbol{Q}_\alpha\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{R}^\top}{(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha)^2},$$

$$\nabla^2_{\mathbf{R}\mathbf{R}} J = \frac{2}{N}\sum_{\alpha=1}^{N}\frac{1}{(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha)^2}(\boldsymbol{R}\boldsymbol{A}\boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha)\times \boldsymbol{R}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{Q}_\alpha^\top V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]_2^- \boldsymbol{Q}_\alpha\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{R}^\top \times (\boldsymbol{R}\boldsymbol{A}\boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha) \tag{10}$$

3.3 ニュートン法

1. ϕ, $\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{R}$ の初期値を与える。
2. 勾配 ∇J とヘッセ行列 $\nabla^2 J$ を計算する。
3. 更新量 $\Delta\phi$, $\Delta\boldsymbol{\tau}$, $\Delta\boldsymbol{\Omega}$ を次のように計算する。

$$\begin{pmatrix} \Delta\phi \\ \Delta\boldsymbol{\tau} \\ \Delta\boldsymbol{\Omega} \end{pmatrix} = -\Big(\nabla^2 J\Big)^{-1}\nabla J \tag{11}$$

4. $|\Delta\phi| < \epsilon_\phi$, $\|\Delta\boldsymbol{\tau}\| < \epsilon_{\boldsymbol{\tau}}$, $\|\Delta\boldsymbol{\Omega}\| < \epsilon_{\mathbf{R}}$ となるまで ϕ, $\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{R}$ を次のように更新して次のように置いてステップ 3 に戻る。

$$\phi \leftarrow \phi + \Delta\phi,\quad \boldsymbol{\tau} \leftarrow \boldsymbol{\tau} + \Delta\boldsymbol{\tau},\quad \boldsymbol{R} \leftarrow \mathcal{R}(\Delta\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{R} \tag{12}$$

ただし $\mathcal{R}(\Delta\boldsymbol{\Omega})$ は $\Delta\boldsymbol{\Omega}$ を回転軸、$\|\Delta\boldsymbol{\Omega}\|$ を回転角とする回転行列であり、ϵ_ϕ, $\epsilon_{\boldsymbol{\tau}}$, $\epsilon_{\mathbf{R}}$ は収束判定のしきい値である。

4. 信頼性評価

収束したときの残差 $\hat{J}$ から二乗ノイズレベルが次のように推定できる [6]。

$$\hat{\epsilon}^2 = \frac{\hat{J}}{2 - 7/N} \tag{13}$$

また、収束したときのヘッセ行列を $\nabla^2\hat{J}$ とすると、解 $\hat{\phi}$, $\hat{\boldsymbol{\tau}}$,$\hat{\boldsymbol{R}}$ の共分散行列が次のように推定できる [6]。

$$V[\hat{\phi}, \hat{\boldsymbol{\tau}}, \hat{\boldsymbol{R}}] = \frac{2\hat{\epsilon}^2}{N}\Big(\nabla^2\hat{J}\Big)^{-1} \tag{14}$$

右辺に推定値ではなく真の値を代入したものが共分散行列 $V[\hat{\phi}, \hat{\boldsymbol{\tau}}, \hat{\boldsymbol{R}}]$ の理論的下界 (**クラメル・ラオの下界**) である [6]。式 (14) の (11) 要素が ϕ の分散 $V[\hat{\phi}]$, 第 2–4 行第 2–4 列の小行列が $\boldsymbol{\tau}$ の共分散行列 $V[\hat{\boldsymbol{\tau}}]$ となる。真の回転行列を $\bar{\boldsymbol{R}}$ とすると、解 $\hat{\boldsymbol{R}}$ との相対回転は $\hat{\boldsymbol{R}}\bar{\boldsymbol{R}}^\top$ である。その回転軸を $\boldsymbol{l}$, 回転角を $\Delta\Omega$ とし、回転の誤差ベクトルを

$$\Delta\boldsymbol{\Omega} = \Delta\Omega\boldsymbol{l} \tag{15}$$

と定義する。式 (14) の第 5–7 行第 5–7 列の小行列を $V[\hat{\boldsymbol{R}}]$ とすると、これが $\Delta\boldsymbol{\Omega}$ の共分散行列となる。例えば、誤差が正規分布をするとすれば 99.7%の信頼水準で焦点距離 f は次の範囲にある。

$$f_0\left(\hat{\phi} - 3\sqrt{V[\hat{\phi}]}\right) < f < f_0\left(\hat{\phi} + 3\sqrt{V[\hat{\phi}]}\right) \tag{16}$$

5. 初期値の解析解

ニュートン法の反復に必要な初期値は次のように解析的に計算できる。まず対応点の組 $\{\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha\}$, $\{\boldsymbol{x}_\alpha\}$ から射影変換行列 $\boldsymbol{H}$ を次の最小二乗法で計算する。

$$J_{LS} = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N}\|\boldsymbol{x}_\alpha \times \boldsymbol{H}\bar{\boldsymbol{x}}_\alpha\|^2 \to \min \tag{17}$$

J_{LS} は $\boldsymbol{H}$ の 2 次形式であるから、解は固有値計算によって計算できる [20]。解 $\boldsymbol{H}$ には定数倍の不定性があるから、もし誤差がなければある定数 k があって式 (3) より次の関係が成り立つ。

$$\boldsymbol{H} = k\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{R}^\top(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\tau}\boldsymbol{k}^\top) \tag{18}$$

両辺に $\boldsymbol{A}/k$ を掛け、さらに辺々の転置を左から掛けると $\boldsymbol{R}^\top$ が消去され、次のようになる。

$$\frac{1}{k^2}\boldsymbol{H}^\top\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{H} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{k}\boldsymbol{\tau}^\top - \boldsymbol{\tau}\boldsymbol{k}^\top + \|\boldsymbol{\tau}\|^2\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}^\top) \tag{19}$$

5.1 焦点距離

式 (19) の両辺の (11), (22), (12) 要素を等値し、

$$\xi = \frac{1}{k^2}, \quad \eta = \frac{\phi^2 - 1}{k^2} \tag{20}$$

と置くと ξ, η を定める連立 1 次方程式が次のように得られる。

$$\begin{pmatrix} \|\boldsymbol{H}\boldsymbol{i}\|^2 & H_{31}^2 \\ \|\boldsymbol{H}\boldsymbol{j}\|^2 & H_{32}^2 \\ (\boldsymbol{H}\boldsymbol{i}, \boldsymbol{H}\boldsymbol{j}) & H_{31}H_{32} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{21}$$

これを最小二乗法で解くことにより、正規化焦点距離 ϕ が次のように求まる。

$$\phi = \sqrt{1 + \frac{\eta}{\xi}} \tag{22}$$

5.2 並進

式 (19) の両辺の (13), (23) 要素を等値した式から τ_1, τ_2 が次のように求まる。

$$\begin{aligned} \tau_1 &= -\xi(\boldsymbol{H}\boldsymbol{i}, \boldsymbol{H}\boldsymbol{k}) - \eta H_{31}H_{33}, \\ \tau_2 &= -\xi(\boldsymbol{H}\boldsymbol{j}, \boldsymbol{H}\boldsymbol{k}) - \eta H_{32}H_{33} \end{aligned} \tag{23}$$

式 (19) の両辺の (33) 要素を等値した式にこれらを代入すると τ_3 を定める 2 次方程式が次のように得られる。

$$\tau_3^2 - 2\tau_3 + (1 + \tau_1^2 + \tau_2^2 - \xi\|\boldsymbol{H}\boldsymbol{k}\|^2 - \eta H_{33}^2) = 0. \tag{24}$$

カメラは平面パタンの手前にあるから、二つの解のうち $\tau_3 \leq 1$ のものを選ぶ。

5.3 回転

回転 $\boldsymbol{R}$ は式 (18) から定まるが、データに誤差があると $\boldsymbol{R}$ が回転行列になるとは限らない。そこで最小二乗法

$$\left\| \boldsymbol{R} - \frac{1}{k}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{k}\boldsymbol{\tau}^\top)^{-1}\boldsymbol{H}^\top\boldsymbol{A} \right\|^2 \to \min \tag{25}$$

を適用する。この解は次のように解析的に求まる。まず次のように特異値分解を計算する。

$$\left(\boldsymbol{H}^\top + \frac{\boldsymbol{k}(\boldsymbol{H}\boldsymbol{\tau})^\top}{1 - (\boldsymbol{k}, \boldsymbol{\tau})}\right)\boldsymbol{A} = \boldsymbol{V} \begin{pmatrix} \sigma_1 & & \\ & \sigma_2 & \\ & & \sigma_3 \end{pmatrix} \boldsymbol{U}^\top. \tag{26}$$

ここに $\boldsymbol{V}, \boldsymbol{U}$ は直交行列であり、$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ は特異値である。解は次のようになる。

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{V} \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & \det(\boldsymbol{V}\boldsymbol{U}^\top) \end{pmatrix} \boldsymbol{U}^\top \tag{27}$$

6. 実験 1

図 2は真の形状が既知の 3×3 格子パタンをある位置から見た図である。各頂点の x, y 座標に独立に標準偏差 1(画素) の正規乱数を加え、誤差をいろいろに変えて 1,000 回カメラの焦点距離と運動パラメータを計算した。図 3(a) は計算した焦点距離の誤差 $\Delta f = \hat{f} - \bar{f}$ のヒストグラムであり、図 3(b) は初期値として用いた解析解の分布である。図中の縦線は真の値 $\bar{f}$ を中心として標準偏差の下界を示すものであり、式 (14) に真の値を代入して得られる。

図 4(a) は並進の誤差ベクトル $\Delta\boldsymbol{t} = \hat{\boldsymbol{t}} - \bar{\boldsymbol{t}}$ を 3 次元空間にプロットしたものであり、図 4(b) は解析解の分布である。図中の楕円体は各方向の標準偏差の下界を表すものであり、式 (14) に真の値を代入して得られる。その方程式は次のように書ける。

$$(\Delta\boldsymbol{t}, V[\hat{\boldsymbol{\tau}}]^{-1}\Delta\boldsymbol{t}) = d^2 \tag{28}$$

図 5(a) は式 (15) で定義される回転の誤差ベクトル $\Delta\boldsymbol{\Omega}$ を 3 次元空間にプロットしたものであり、図 5(b) は解析解の分布である。図中の楕円体は各方向の標準偏差の下界を表すものであり、式 (14) に真の値を代入して得られる。その方程式は次のように書ける。

$$(\Delta\boldsymbol{\Omega}, V[\hat{\boldsymbol{R}}]^{-1}\Delta\boldsymbol{\Omega}) = 1 \tag{29}$$

n 回の試行による焦点距離、並進、回転の標準偏差 S_f,$S_{\mathbf{t}}$, $S_{\mathbf{R}}$ とその理論的下界 $\bar{S}_f$,$\bar{S}_{\mathbf{t}}$, $\bar{S}_{\mathbf{R}}$ は次のように計算される。ただし添字の k は k 回目の値を表す。

$$\begin{aligned} S_f &= \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} |\Delta f_k|^2}, \quad \bar{S}_f = f_0\sqrt{V[\hat{\phi}]} \\ S_{\mathbf{t}} &= \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \|\Delta\boldsymbol{t}_k\|^2}, \quad \bar{S}_{\mathbf{t}} = d\sqrt{\mathrm{tr}V[\hat{\boldsymbol{\tau}}]} \\ S_{\mathbf{R}} &= \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \|\Delta\boldsymbol{\Omega}_k\|^2}, \quad \bar{S}_{\mathbf{R}} = \sqrt{\mathrm{tr}V[\hat{\boldsymbol{R}}]} \end{aligned} \tag{30}$$

表 1は n=1,000 の場合の値をまとめたものである。これらの結果より、ニュートン法によって解析解が改善され、かつ理論的な下界をほぼ到達し、限界精度をもっていることがわかる。

7. 実験 2

図 6は実験に用いたパタンの実画像である。2 値化、境界追跡により各矩形領域の境界画素を抽出し、得られたディジタル閉曲線の各々を最大直径をなす画素対、およびそれらを結ぶ直線からの最大距離の

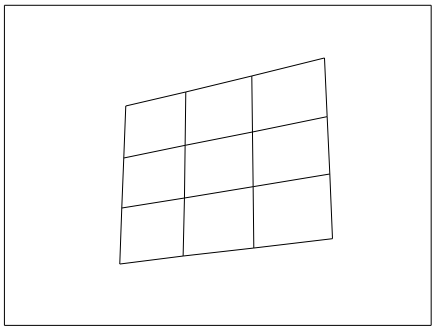
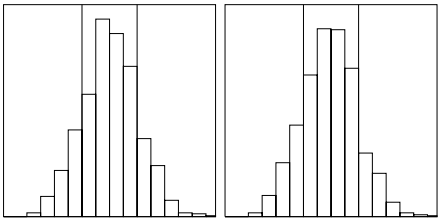
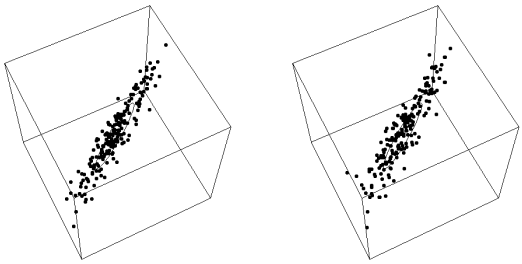


図 2: 格子パタンのシミュレーション画像。



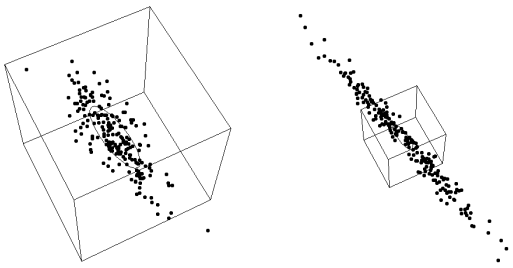
(a) 反復解。 (b) 解析解。

図 3: 焦点距離の誤差の分布。



(a) 反復解。 (b) 解析解。

図 4: 並進の誤差の分布。



(a) 反復解。 (b) 解析解。

図 5: 回転の誤差の分布。

表 1: 標準偏差。

	反復解	解析解	理論的下界
焦点距離 (画素)	39.397	39.261	38.993
並進 (cm)	32.921	38.524	32.578
回転 (度)	0.413	1.292	0.414

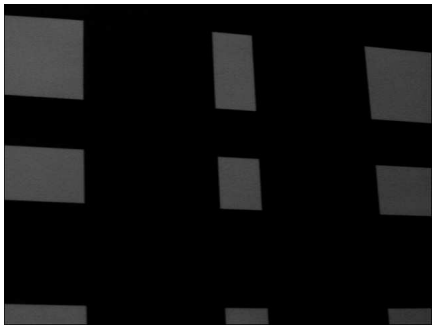


図 6: 格子パタンの実画像。

画素によって 4 本の辺に分割する。それぞれに辺の両端付近の画素を削除したものに最小二乗法で直線を当てはめ、その近傍の画素を原画像から取りだし、その濃淡エッジ画像にあらためて最小二乗法で直線を当てはめる。このようにして得られた線画を図 7 に示す。このパタンは隣接する頂点間の複比によって原パタンと対応が定まるように最適に設計してある [9, 12]。3×3 格子の頂点をなす 16 個の頂点から計算した焦点距離は $f = 1718.0$(画素) であった。式 (14) から次のように評価した焦点距離 f、並進 $\boldsymbol{t}$、回転角 Ω の標準偏差を表 2に示す。このように、単に最適解が計算できるだけでなく、同時にその信頼性が評価できる。この信頼性評価に真の値を知る必要はなく、また一回の計算で求まり、乱数誤差実験を繰り返す必要はない (表 1からわかるように乱数誤差実験を繰り返した場合とほぼ一致することが保証されている)。

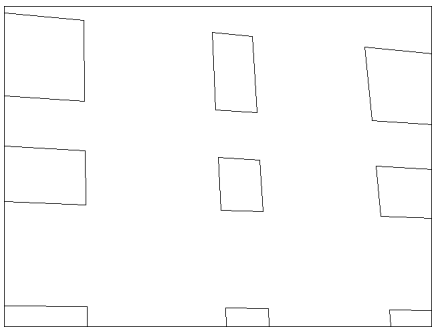


図 7: 図 6から得られた線画。

表 2: 推定した標準偏差。

焦点距離 (画素)	36.60
並進 (cm)	3.44
回転 (度)	0.253

8. 実験 3

図 2と同じパタンを用い、パタンと 70° をなす平面上で正面から円弧状にカメラを移動しながら、毎回異なる誤差を画像に加えて実験する。焦点距離は常に $f = 1200$(画素) としている。図 8は推定した焦点距離 f の変化を示すものであり、横軸はカメラの正面から測った角度 θ である。破線は真の値である。各値に式 (30) の第 1 式により評価した標準偏差の 3 倍の範囲を示す。図 9は誤差を変えて実行した 10 例を重ねたものであり、図 8の信頼性評価が妥当であることがわかる。

図 10は図 8に対応するカメラの経路を上からみた図であり、破線は真の位置である。各点を中心に式 (29) の 3 倍の楕円体を示す。図 11は誤差を変えて実行した 10 例を重ねたものであり、図 10の信頼性評価が妥当であることがわかる。

9. 実画像例

図 12はテニスコートの実画像である。コートの実寸は国際規約で定まっているので、それを基にカメラ位置と焦点距離を計算した。図 13はコートを真上から見たように図 12を射影変換し、推定したカメラ位置を記入したものである。焦点距離は $f = 954.83$(画素)、カメラのコートからの高さは 627.1(cm) と計算された。計算した焦点距離 f、並進 t、回転角 Ω の標準偏差を表 3に示す。

図 13中でコートに垂直な物体の像はカメラから見た “陰” の役割をしているので、カメラ位置がわかればそれらの高さも計算できる。図 12 のネットの支柱は 113.4(cm)、手前の人物の高さは 170.5(cm) と計算される。この原理によりスポーツ中継などで一枚の画像からカメラ位置と焦点距離を計算するとともにシーンや人物の 3 次元形状を計算することもできる [17, 18]。

10. まとめ

本論文では複合現実感実現の基本となるカメラキャリブレーションのために、物体の背後に参照板を設置し、カメラ位置やズームを変えながら物体を自由に撮影する過程でその画像を解析しながら実行する方法 (「同時校正」) を提案した。これは「事前校正」に比べて柔軟な応用が可能となり、「自己校正」

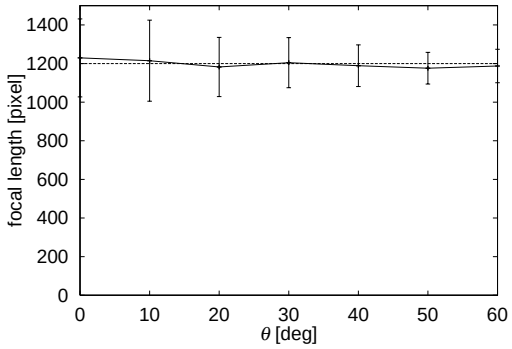


図 8: 推定した焦点距離とその信頼性。破線は真の値。

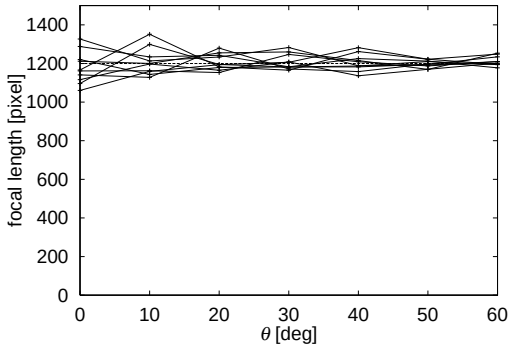


図 9: 異なる誤差による 10 例。

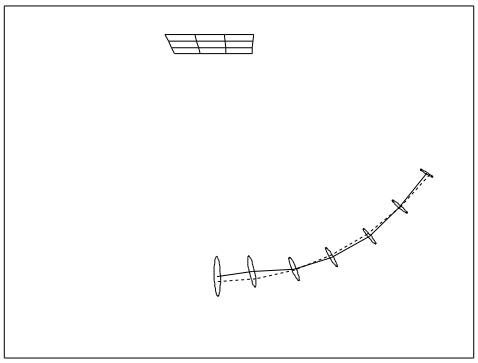


図 10: 推定したカメラ位置の経路とその信頼性。破線は真の位置。

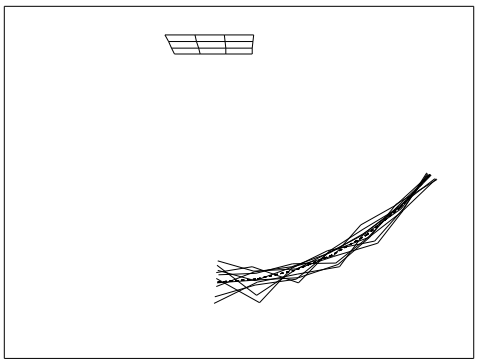


図 11: 異なる誤差による 10 例。

図 12: テニスコートの実画像。

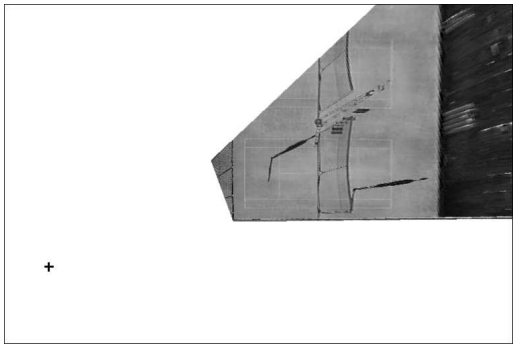


図 13: 真上から見た画像とカメラ位置。

に比べて簡単な処理で実現できる。本論文では誤差がないときに厳密解となる解析解を導出するとともに、誤差のあるとき精度の理論限界を達成する最適解を計算した。またその解の信頼性評価を行う手順を述べ、その有効性をシミュレーションおよび実画像実験によって確認した。

表 3: 推定した標準偏差。

焦点距離 (画素)	6.99
並進 (cm)	16.14
回転 (度)	0.151

参考文献

[1] M. Betke and L. Gurvits, Mobile robot localization using landmarks, *IEEE Trans. Robotics Automation*, **13**-2 (1997), 251–263.

[2] 韓瑞元, リ・ジュン・ファン, 中島正之, バーチャルスタジオのための投影変換に不変な特徴を用いたカメラパラメータ抽出, 映像情報メディア学会技術報告, **21**-28 (1997), 49–54.

[3] 金谷健一, 「画像理解—３次元認識の数理—」, 森北出版, 1990.

[4] 金谷健一, 「空間データの数理—３次元コンピューティングに向けて—」, 朝倉書店, 1995.

[5] K. Kanatani, *Geometric Computation for Machine Vision*, Oxford University Press, Oxford, 1993.

[6] K. Kanatani, *Statistical Optimization for Geometric Computation: Theory and Practice*, Elsevier Science, Amsterdam, 1996.

[7] K. Kanatani and N. Ohta, Optimal robot self-localization and accuracy bounds, *IEICE Trans. Inf. & Syst.*, Vol. E82-D, No. 2 (1999), 447–452.

[8] 金澤靖, 松永力, 金谷健一, 隣接比による識別のための最良マーカーパタンの設計：理論解析, 電子情報通信学会技術研究報告, PRMU98-181 (1999-1), 39–44.

[9] 金澤靖, 松永力, 金谷健一, 複比による識別のための最良マーカーパタンの設計：理論解析, 情報処理学会研究報告, 99-CVIM-115-13 (1999-3) 97–104.

[10] 金沢芳之, 太田直哉, 金谷健一, 最適なロボットの位置決めとその信頼性評価：水平運動, 情報処理学会研究報告, 97-CVIM-108-2 (1997-11), 9–14.

[11] 松永力, 新島和孝, 金谷健一, 隣接比による識別のための最良マーカーパタンの設計：応用実験, 電子情報通信学会技術研究報告, PRMU98-182 (1999-1), 45-50.

[12] 松永力, 新島和孝, 金谷健一, 複比による識別のための最良マーカーパタンの設計：応用実験, 情報処理学会研究報告, 99-CVIM-115-14 (1999-3), 105–110.

[13] 宮川一乗, 黒川雅人, 広田源太郎, 画像とＣＧの融合, 情報処理, **38**-3 (1977), 189–194.

[14] 中島正之, ディジタル映像処理の基礎と応用 (II)—二次元ディジタル映像処理入門—, 電子情報通信学会誌, **18**-1 (1998), 68–75.

[15] 大田友一, 田村秀行, 複合現実感の要素技術としてのコンピュータビジョン, 画像の認識・理解シンポジウム (MIRU'98), 1998-7, 岐阜, pp. I-1–I-6.

[16] M. Polleyfes, R. Koch and L. Van Gool, Self-calibration and metric reconstruction in spite of varying and unknown internal camera prameters, *Proc. Int. Conf. Comput. Vision*, January 1998, Bombay, India, pp. 90–95.

[17] I. Reid and A. Zisserman, Goal-directed video metrology, *Proc. 4th Euro. Conf. Comput. Vision*, April 1996, Cambridge, U.K., Vol. II, pp. 647–658.

[18] Y. Seo and K. S. Hong, Auto-calibration of a rotating and zooming camera, *Proc. IAPR Workshop on Machine Vision Applications*, November 1998, Makuhari, Chiba, Japan, pp. 274–277.

[19] 坂村健, デジタルミュージアム—コンピュータを駆使した新しい博物館の構築—, 情報処理, **39**-5 (1998), 385–392.

[20] 清水慶行, 太田直哉, 金谷健一, 信頼性評価を備えた最適な射影変換の計算プログラム, 情報処理学会研究報告, 98-CVIM-111-5 (1998-5), 33–40.

[21] K. T. Sutherland and W. B. Thompson, Localizing in unconstrained environment: Dealing with the errors, *IEEE Trans. Robotics Automation*, **10**-6 (1994), 740–754.

[22] R. Talluri and J. K. Aggarwal, Mobile robot self-location using model-image feature correspondence, *IEEE Trans. Robotics Automation*, **12**-1 (1996), 63–77.

[23] R. Y. Tsai, A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision methodoloty using off-the-shelf TV cameras and lenses, *IEEE J. Robotics Automation*, **3**-4 (1987), 323–344.

[24] 都筑広之, 太田直哉, 金谷健一, 最適なロボットの位置決めとその信頼性評価：一般の運動, 情報処理学会研究報告, 97-CVIM-108-2 (1997-11), 1–8.

[25] 渡辺立, 安部美乃夫, 清水敏男, 専用ハードフェアによるバーチャルスタジオシステムの開発, 1997 画像電子学会年次大会予稿 27, pp. 81–84, 1997.

[26] 徐剛, 辻三郎, 「３次元ビジョン」, 共立出版, 1998.