複比による識別のための最良マーカーパタンの設計：理論解析

金澤 靖 [*]　　松永 力 [†]　　金谷 健一 [‡]

[*] 豊橋技術科学大学知識情報工学系　[†](株) 朋栄 放送システム開発部
[‡] 群馬大学工学部情報工学科

前報では複合現実感やバーチャルスタジオ実現のために連続的に移動するカメラの位置および内部パラメータを計算する問題 (同時校正) を考え，専用の帯状マーカーパタンの隣接比から位置を識別するための最適なパタンを設計した．本報では，さらに安定した識別能力を得るために複比を用いる．複比は幾何学的不変量の一つであり，これによりパタンに対してカメラを自由に動かすことが可能となる．本報でも複比をマルコフ過程として生成させ，点の測定誤差に対する複比の誤差の統計的性質を解析し，最適な遷移確率密度を導く．また，それから得られる間隔と隣接比および複比の確率密度を理論的に計算し，複比の識別限界を導く．そして，具体的なパタンに対して実験を行ない，これらを確認する．さらに識別能力を高める工夫を行なうことによって正解率が向上することを示す．

キーワード: カメラキャリブレーション, 複合現実感, 仮想スタジオ, マルコフ過程, 誤差解析, 複比

Best Marker Pattern Design for Recognition by Cross Ratio

Yasushi Kanazawa[*], Chikara Matsunaga[†] and Kenichi Kanatani[‡]

[*]Department of Knowledge-based Information Engineering
Toyohashi University of Technology, Toyohashi, Aichi 441-8580 Japan

[†]Broadcast Division, FOR-A Co. Ltd
2-3-3 Ohsaku, Sakura, Chiba 285-0802 Japan

[†]Department of Computer Science
Gunma University, Kiryu, Gunma 376-8515 Japan

In our previous papers, we studied the problem of identifying the position in a layered marker pattern from adjacency ratios of intervals with a view to computing the position and internal parameters of a continuously moving camera (simultaneous calibration). In this paper, we extend our method by using cross ratios instead of adjacency ratios. We generate the cross ratios by a Markov process. Analyzing the statistical behavior of the cross ratios in the presence of noise, we derive a theoretically optimal transition probability density. We also analyze the theoretical probability densities of the resulting intervals, adjacency ratios, and cross ratios and derive an upper bound on the recognition capability. We conduct experiments to confirm our analysis. Finally, we introduce additional techniques to improve the performance further and observe their effects by experiments.

Key words: camera calibration, mixed reality, virtual studio, Markov process, error analysis, cross ratio

謝辞: 本研究の一部は文部省科学研究費基盤研究C (2) (No. 09680352) によった.

[*]441-8580 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1　豊橋技術科学大学知識情報工学系，Tel: (0532)44-6888，Fax: (0532)44-6873

[†]285-0802 千葉県佐倉市大作 2–3–3　(株) 朋栄　放送システム開発部，Tel: (043)498-1839，Fax: (043)498-2223

[‡]376-8515 桐生市天神町 1–5–1　群馬大学工学部情報工学科，Tel: (0277)30-1842，Fax: (0277)30-1801

E-mail: kanazawa@tutkie.tut.ac.jp, matsunaga@for-a.co.jp, kanatani@cs.gunma-u.ac.jp

1　序論

CG により構築した仮想世界とカメラで撮影した現実世界の映像を融合させる技術は「複合現実感」とも呼ばれ，広範囲な応用が期待されることから現在注目を集めている [8]．この中でコンピュータビジョンの技術は実世界のデータと仮想世界のデータとを融合するために必要不可欠な技術であり，そのために最も基礎となるのがカメラキャリブレーションである．特に最近は未知のシーンの 3 次元復元を行なう過程でカメラの位置や内部パラメータも推定する「自己校正 (self-calibration)」の進歩が著しい [9]．しかし制御された室内環境ではカメラ位置や内部パラメータをキャリブレーションして 3 次元復元を行なうほうが精度も高く，処理も簡単である．

このとき，あらかじめキャリブレーションしたカメラを固定して用いるのではなく，1 台のカメラでズームを変えつつ連続的に移動しながら撮影すると各フレームごとに物体の撮影と同時にキャリブレーションを行なわなければならない．これを「事前校正 (pre-calibration)」，「自己校正 (self-calibration)」に対比して「同時校正 (simultaneous calibration)」と呼ぶことにする．事前校正ではユーザが人手で介入してもよいが，連続的な同時校正ではすべてを自動化する必要がある．そのための便利な方法は，物体の背後に物体像と分離しやすい既知のパタンを描いた参照版を設置し，その部分の画像を解析した計算することである (図 1)．このとき撮影したパタンの部分像を原パタンと対応づけることが必要となる．そこで我々はこのための最適な帯状のマーカーパタンを設計し，その有効性を確認した [2, 4]．

この同時校正法は「仮想スタジオ」にも応用できる．これは背景となるブルーバックに描かれたパタンからカメラの現在位置の計測を行ない，クロマキー技術により画像を合成し，違和感のない映像を作り出すものである [7]．しかし前報 [2, 4] では隣接するパタンの幅の比 (隣接比) を元に識別を行なったため，マーカーパタンをカメラに対してほぼ垂直に置かなければならず，カメラを自由に動かすことができない．そこで本報では複比を用いて識別することを考える．複比は幾何学的不変量の一つであり，カメラ位置が変わっても，あるいは異なるカメラで撮影しても常に一定値をとることが知られている [1, 6]．この不変性はパタン認識やカメラキャリブレーション等の様々な分野に応用されてきた [3]．本報では，隣接する帯状パタンの複比の誤差を理論的に解析し，それに基づいた最適なパタンを設計する．そして，その識別能力を実験的に検証する．

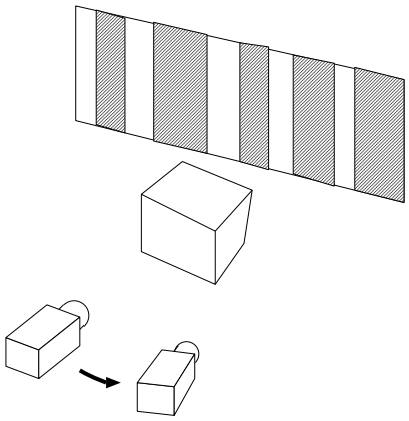


図 1:　連続的に移動するカメラの同時校正．

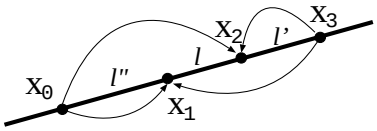


図 2: 複比

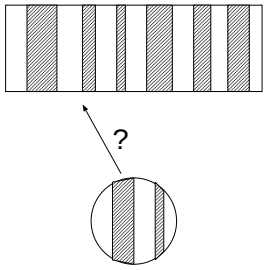


図 3:　一部分から場所を識別する．

2　複比

複比にはいろいろな定義があるが [6]，ここでは図 2に示すような同一直線上の 4 点から得られる複比を次のように定義する．連続する 4 点 x_0, x_1, x_2, x_3 の引き続く点の間隔を $l'' = x_1 - x_0$, $l = x_2 - x_1$, $l' = x_3 - x_2$ とし，複比 τ を次のように定義する．

$$\tau = \frac{l''}{l''+l} \Big/ \frac{l+l'}{l'} = \frac{l''l'}{(l''+l)(l+l')} = \frac{1}{(1+l/l'')(1+l/l')} \tag{1}$$

問題は数列 x_0, x_1, ..., x_N を与え，連続する 4 点 x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, x_{i+2} の複比から番号 i を推定することである (図 3)．まず平均間隔 l_0 をパラメータとして指定する．しかし，平均値の周りの変動が大きいと幅の狭い間隔が生じて画像処理が難しくなるとともに，幅

の広い間隔が生じて視野からはみ出ることもある．そこで最小間隔 $l_{\min}$ もパラメータとして指定する．

数列 $x_0,\ x_1,\ ...,\ x_N$ は前報 [2] の方法を拡張して発生させる．まず初期値 $x_0, x_1 = x_0 + l_0, x_2 = x_0 + 2l_0$ を与え，以下，複比 τ を確率的に発生させては次の点を順次生成する．式 (1) より，連続する間隔 l'', l が与えられると，次の間隔 l' および隣接比 $\gamma' = l'/l$ が複比 τ によって次のように表せる．

$$l' = \frac{\tau(1+\gamma)}{1-\tau(1+\gamma)} l,\ \ \gamma' = \frac{\tau(1+\gamma)}{1-\tau(1+\gamma)} \tag{2}$$

ただし $\gamma = l/l''$ と置いた．$l' \geq 0$ であるためには複比 τ は次の範囲になければならない．

$$0 \leq \tau \leq \frac{1}{1+\gamma} \tag{3}$$

隣接比 γ と間隔 l が与えられたとき，平均間隔が l_0 であるという条件は次式で与えられる．

$$\int_{\tau_a}^{\tau_b} \frac{\tau}{1-(1+\gamma)\tau} p(\tau) d\tau = \frac{l_0/l}{1+\gamma} \tag{4}$$

3　複比の誤差解析

点 x_0, x_1, x_2, x_3 にそれぞれ $\Delta x_0, \Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$ の誤差が入るとすると，間隔 l'', l, l' に加わる誤差はそれぞれ $\Delta l'' = \Delta x_1 - \Delta x_0$, $\Delta l = \Delta x_2 - \Delta x_1$, $\Delta l' = \Delta x_3 - \Delta x_2$ となる．したがって複比 τ の誤差は第 1 近似において次のようになる．

$$\begin{aligned}\Delta\tau &= \frac{\partial\tau}{\partial l''}\Delta l'' + \frac{\partial\tau}{\partial l}\Delta l + \frac{\partial\tau}{\partial l'}\Delta l' \\ &= -\frac{\partial\tau}{\partial l''}\Delta x_0 + \left(\frac{\partial\tau}{\partial l''} - \frac{\partial\tau}{\partial l}\right)\Delta x_1 \\ &\quad + \left(\frac{\partial\tau}{\partial l} - \frac{\partial\tau}{\partial l'}\right)\Delta x_2 + \frac{\partial\tau}{\partial l'}\Delta x_3 \end{aligned} \tag{5}$$

ゆえに誤差 $\Delta\tau$ の分散は次のようになる．

$$\begin{aligned}&E[\Delta\tau^2] \\ &= -\left(\frac{\partial\tau}{\partial l''}\right)^2 E[\Delta x_0^2] + \left(\frac{\partial\tau}{\partial l''} - \frac{\partial\tau}{\partial l}\right)^2 E[\Delta x_1^2] \\ &\quad + \left(\frac{\partial\tau}{\partial l} - \frac{\partial\tau}{\partial l'}\right)^2 E[\Delta x_2^2] + \left(\frac{\partial\tau}{\partial l'}\right)^2 E[\Delta x_3^2] \end{aligned} \tag{6}$$

各誤差は期待値 0，標準偏差 σ の独立な正規分布に従うと仮定すると，誤差 $\Delta\tau$ の標準偏差は次式で評価できる．

$$\begin{aligned}&\sqrt{E[\Delta\tau^2]} = \\ &\sigma\sqrt{\left(\frac{\partial\tau}{\partial l''}\right)^2 + \left(\frac{\partial\tau}{\partial l''} - \frac{\partial\tau}{\partial l}\right)^2 + \left(\frac{\partial\tau}{\partial l} - \frac{\partial\tau}{\partial l'}\right)^2 + \left(\frac{\partial\tau}{\partial l'}\right)^2}\end{aligned} \tag{7}$$

式 (1) から τ の各導関数は次のようになる．

$$\begin{aligned}\frac{\partial\tau}{\partial l''} &= \frac{\tau l}{l''(l''+l)} \\ \frac{\partial\tau}{\partial l} &= -\frac{\tau^2(l''/l + 2 + l'/l)}{(l''/l)(l'/l)}\frac{1}{l} \\ \frac{\partial\tau}{\partial l'} &= \frac{\tau}{l'/l(1+l'/l)}\frac{1}{l}\end{aligned} \tag{8}$$

これらを式 (6) に代入すると，式 (1) より標準偏差 $\sqrt{E[\Delta\tau^2]}$ は次式となる．

$$\sqrt{E[\Delta\tau^2]} = \frac{\sigma}{l} s_{\gamma,l}(\tau)$$

$$s_{\gamma,l}(\tau) = \sqrt{(A^2 + (A-B)^2 + (B-C)^2 + C^2} \tag{9}$$

ただし，次のように置いた．

$$A = \frac{\gamma^2\tau}{1+\gamma}, \quad B = -\frac{\tau^2(1+\gamma(2+D))}{D}$$

$$C = \frac{\tau}{D(1+D)}, \quad D = \frac{(1+\gamma)\tau}{1-(1+\gamma)\tau} \tag{10}$$

4　最良数列

複比 τ を観測し，それを識別するとすれば，期待誤差 $\sqrt{E[\Delta\tau^2]}$ が大きいところではそれに比例して間隔を大きく，小さいところでは間隔をそれに比例して小さくとると誤りが最小になる．そこで複比 τ の条件付き確率密度 $p_{\gamma,l}(\tau)$ を次のようにとる．

$$p_{\gamma,l}(\tau) = \frac{C_{\gamma,l}}{s_{\gamma,l}(\tau)} \tag{11}$$

ここに定数 $C_{\gamma,l}$ は正規化のための定数である．τ の範囲を $[\tau_a, \tau_b]$ とすると，条件 $\int_{\tau_a}^{\tau_b} p(\tau) d\tau = 1$ から次式で求められる．

$$C_{\gamma,l} = 1 \Big/ \int_{\tau_a}^{\tau_b} \frac{d\tau}{s_{\gamma,l}(\tau)} \tag{12}$$

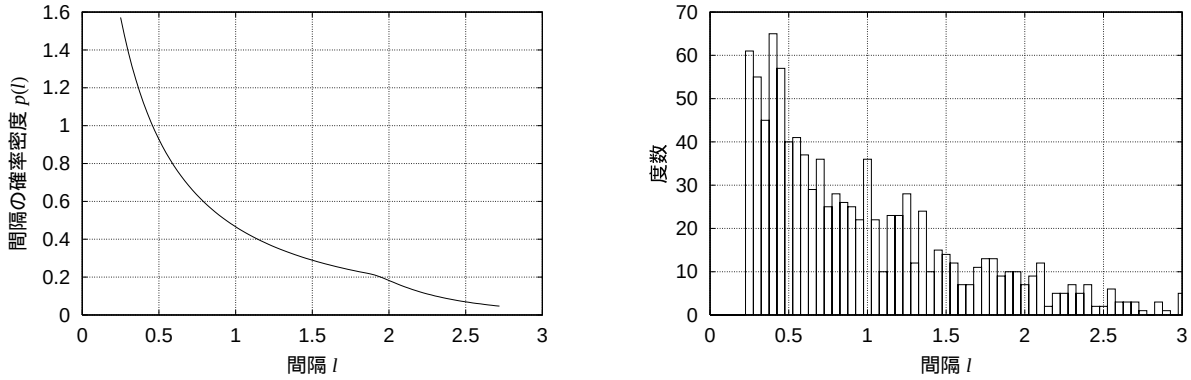
式 (11) と式 (12) を式 (4) に代入して整理すると

$$\frac{1 + l_0/l}{1+\gamma} \int_{\tau_a}^{\tau_b} \frac{(1+\gamma)\tau - 1/(1+l/l_0)}{1-(1+\gamma)\tau} \frac{d\tau}{s_{\gamma,l}(\tau)} = 0 \tag{13}$$

となる．ここで関数

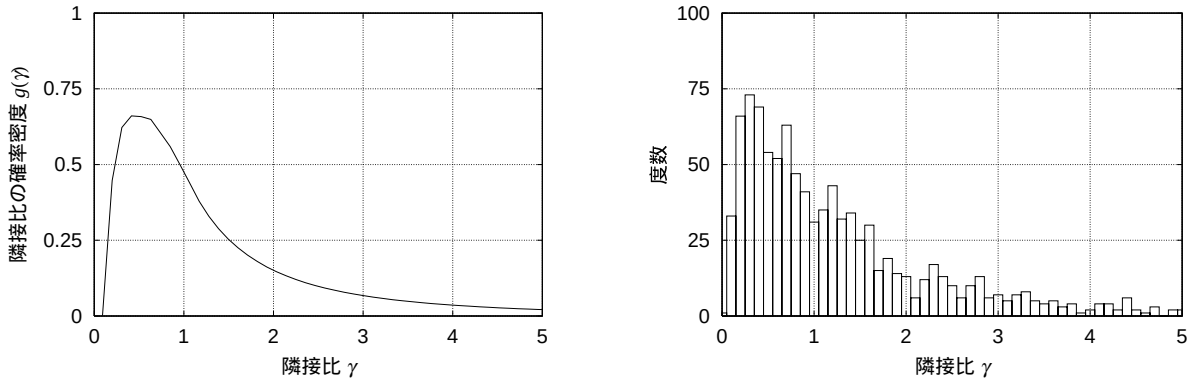
$$f_{\gamma,l}(x) = \int_{\tau_a}^{x} \frac{\tau - 1/(1+l/l_0)(1+\gamma)}{\tau - 1/(1+\gamma)} \frac{d\tau}{s_\gamma(\tau)} \tag{14}$$

を定義すると，任意に与えた τ_a に対して方程式 $f_{\gamma,l}(\tau_b) = 0$ の解として τ_b が求まる．この解を $\tau_{\gamma,l}(\tau_a)$ と書く．実際にはこの解の計算はニュートン法などにより求めればよい．



(a) (b)

図 4: 間隔の分布．(a) 理論分布．(b) ヒストグラム



(a) (b)

図 5: 隣接比の分布．(a) 理論分布．(b) ヒストグラム

5　間隔と隣接比と複比の分布

式 (1) が最小になるのは l/l' と l/l'' が同時に最大となる場合である．間隔の上限と下限をそれぞれ $l_{\max}$, $l_{\min}$ とすると，$l'' = l' = l_{\min}$, $l = l_{\max}$ の場合に τ が最小になる．同様に τ が最大になるのは $l'' = l' = l_{\max}$, $l = l_{\min}$ の場合となる．$l_{\min}$ はパラメータとして与えるから，$l_{\max}$ が定まれば複比 τ の上限と下限は次のように書ける．

$$\tau_{\min} = \frac{1}{(1+l_{\max}/l_{\min})^2},\ \tau_{\max} = \frac{1}{(1+l_{\min}/l_{\max})^2} \tag{15}$$

一方，明らかに $\gamma_{\min} = l_{\min}/l_{\max}$, $\gamma_{\max} = l_{\max}/l_{\min}$ であるから式 (15) は次のようにも書ける．

$$\tau_{\min} = \frac{1}{(1+\gamma_{\max})^2},\ \tau_{\max} = \frac{1}{(1+\gamma_{\min})^2} \tag{16}$$

平均間隔 l_0 は 1 とする長さの単位にとれば，初めから l_0=1 としても一般性を失わない．現在の隣接比と間隔がそれぞれ γ, l であるとき，式 (2) より複比 τ によって次の間隔 l' が生じる．式 (15) および (16) より最大の複比 $\tau_{\max}$ が発生し得るのは $l = l_{\min}$, $\gamma = \gamma_{\min}$ のときである．このとき，次に発生する複比 τ の下限 τ_a^* は次の間隔が $l' = l_{\min}$ となる値であるから，複比 τ は次の範囲に発生する．

$$\tau_a^* \le \tau \le \tau_b^*$$

$$\tau_a^* = \frac{1}{2(1+\gamma_{\min})},\ \tau_b^* = \tau_{\gamma_{\min},l_{\min}}(\tau_a^*) \tag{17}$$

この τ_b^* が複比の上限 $\tau_{\max}$ である．したがって次の関係を得る．

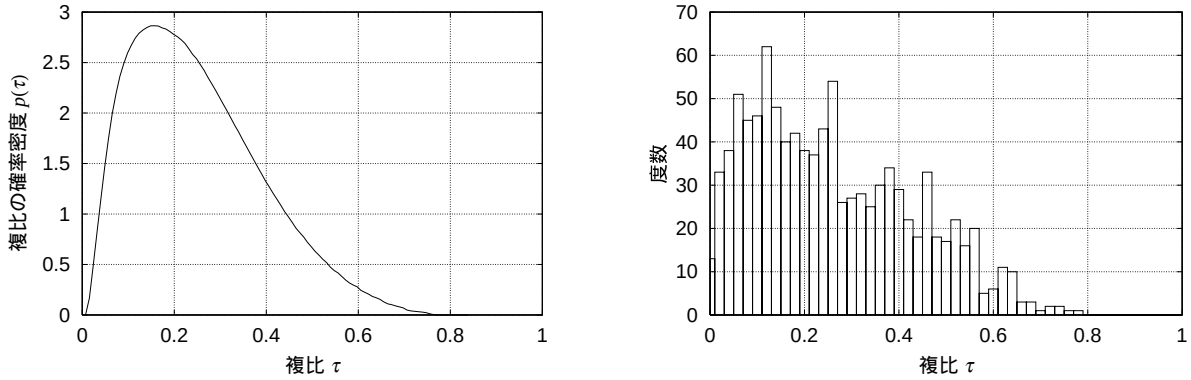
$$\tau_{\max} = \tau_{\gamma_{\min},l_{\min}}\left(\frac{1}{2(1+\gamma_{\min})}\right) \tag{18}$$

このとき，次の間隔 l' が間隔の上限 $l_{\max}$ でなければならないから，式 (2) より次の関係が得られる．

$$l_{\max} = \frac{(1+\gamma_{\min})\tau_{\max}}{1-(1+\gamma_{\min})\tau_{\max}} l_{\min} \tag{19}$$

これは $\gamma_{\min} = l_{\min}/l_{\max}$ より次のように書き直せる．

$$\gamma_{\min} = \frac{1-(1+\gamma_{\min})\tau_{\max}}{(1+\gamma_{\min})\tau_{\max}} \tag{20}$$



(a) (b)

図 6: 複比の分布．(a) 理論分布．(b) ヒストグラム．

例えば初期値として $\gamma_{\min} = l_{\min}$ を式 (18) の右辺に代入し，左辺に得られた $\tau_{\max}$ を式 (20) に代入して $\gamma_{\min}$ を計算し，これを再び式 (18) の右辺に代入して収束するまで反復すれば $\gamma_{\min}$ が定まる．その結果，間隔 l の上限，隣接比 γ の上限，複比 τ の下限が次のように求まる．

$$l_{\max} = \frac{l_{\min}}{\gamma_{\min}},\ \gamma_{\max} = \frac{1}{\gamma_{\min}},\ \tau_{\min} = \frac{1}{(1+1/\gamma_{\min})^2} \tag{21}$$

隣接比 γ と間隔 l が発生したとき，次に複比が区間 $[\tau,\ \tau + d\tau]$ 内に発生する条件付き確率密度は $p_{\gamma,l}(\tau)$ である．複比 τ によって生じる次の間隔 l' と次の隣接比 γ' は式 (2) で与えられるから，その範囲 dl', $d\gamma'$ は次のようになる．

$$dl' = \frac{1+\gamma}{(1-(1+\gamma)\tau)^2} l d\tau,\ d\gamma' = \frac{1+\gamma}{(1-(1+\gamma)\tau)^2} d\tau \tag{22}$$

したがって次の間隔が l' となる遷移確率密度を $P(l'|\gamma,l)$ とすると，l' が区間 $[l',\ l'+dl']$ に発生確率は

$$P(l'|\gamma,l)dl' = \frac{1+\gamma}{(1-(1+\gamma)\tau)^2} l P(l'|\gamma,l) d\tau \tag{23}$$

となる．これが $p_{\gamma,l}(\tau)d\tau$ に等しいから，式 (2) を τ について解いた $\tau = 1/(1 + l/l')(1 + \gamma)$ を代入すると，$P(l'|\gamma,l)$ は次のようになる．

$$P(l'|\gamma,l) = \frac{(1-(1+\gamma)\tau)^2}{(1+\gamma)l} p_{\gamma,l}\left(\frac{1}{(1+l/l')(1+\gamma)}\right) \tag{24}$$

次の隣接比が γ' となる遷移確率密度を $G(\gamma'|\gamma,l)$ とすると，γ' が区間 $[\gamma',\ \gamma'+d\gamma']$ に発生する確率は

$$G(\gamma'|\gamma,l)d\gamma' = \frac{1+\gamma}{(1-(1+\gamma)\tau)^2} G(\gamma'|\gamma,l) d\tau \tag{25}$$

である．これが $p_{\gamma,l}(\tau)d\tau$ に等しいから，$\tau = 1/(1 + 1/\gamma')(1 + \gamma)$ を用いて次の式を得る．

$$G(\gamma'|\gamma,l) = \frac{(1-(1+\gamma)\tau)^2}{(1+\gamma)l} p_{\gamma,l}\left(\frac{1}{(1+1/\gamma')(1+\gamma)}\right) \tag{26}$$

隣接比 γ と間隔 l の (定常) 確率密度をそれぞれ $g(\gamma')$, $p(l')$ とすると，これらは次の関係から定まる．

$$g(\gamma') = \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} G(\gamma'|\gamma,l) g(\gamma) p(l) d\gamma dl \tag{27}$$

$$p(l') = \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} P(l'|\gamma,l) g(\gamma) p(l) d\gamma dl \tag{28}$$

このとき，複比 τ の (定常) 確率密度 $p(\tau)$ は次のように計算できる．

$$p(\tau) = \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} p_{\gamma,l}(\tau) g(\gamma) p(l) d\gamma dl \tag{29}$$

$l_0 = 1$, $l_{\min} = l_0/4$ とし，積分の計算に台形公式を用いて，式 (28) と式 (27) を同時に反復して求めた間隔 l の確率密度 $p(l')$ と隣接比 γ の確率密度 $g(\gamma)$ を図 4(a) および図 5(b) に示す．同様に式 (29) を台形公式により求めた複比 τ の確率密度 $p(\tau)$ を図 6(a) に示す．また図 4〜6の (b) は式 (11) に従って長さ 1000 の数列を発生させ，間隔，隣接比，複比のそれぞれのヒストグラムを図示したものである．それぞれ理論値とよく一致していることがわかる．

6 複比の識別限界

このように複比の分布を最適発生できるよう定義しても，その発生がランダムである以上，やはり値の重複や近い値の発生は防げない．そこで前報と同じように，そのような重複を防ぐことを考える．今，各点に

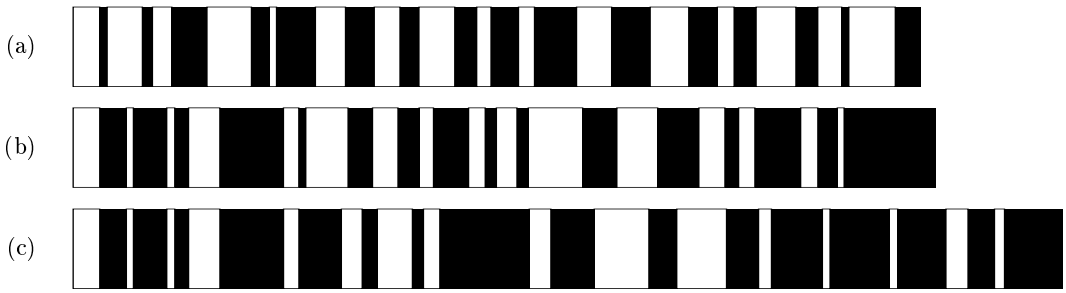


図 8: 発生した数列の例。(a) ランダム数列、(b) 最良数列、(c) 最良数列 (緩衝帯あり)。

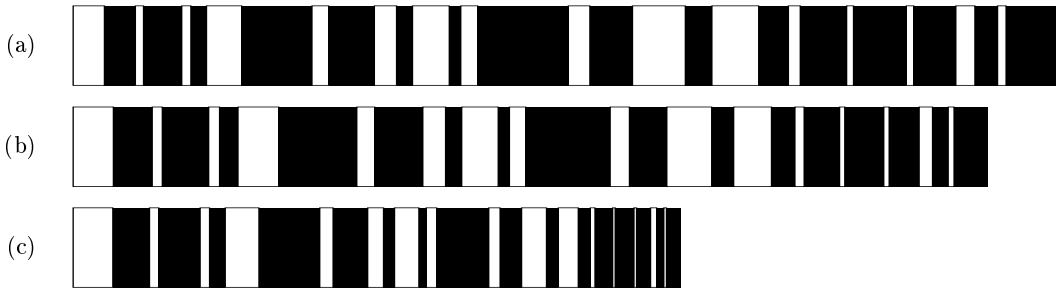


図 9: 図 8(c) を傾けたパタン. (a) 10 度. (b) 30 度. (c) 60 度.

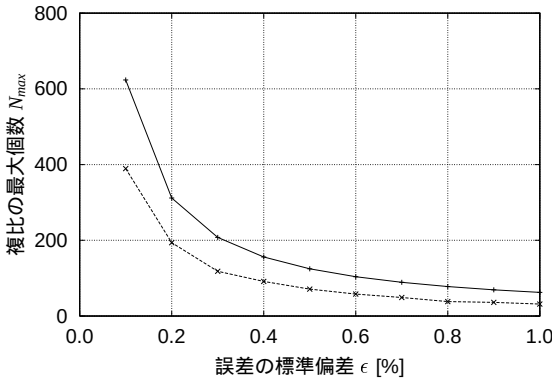


図 7: 複比の識別可能限界.

標準偏差 σ の誤差が独立に入るとすると，複比の条件付き標準偏差は

$$s_{\gamma,l}(\tau) = \sigma s^{(0)}_{\gamma,l}(\tau) \tag{30}$$

となる．ここで $s^{(0)}_{\gamma,l}(\tau)$ は $\sigma = 1$ に対する標準偏差であり，次のように与えられる．

$$s^{(0)}_{\gamma,l}(\tau) = \frac{s_{\gamma,l}(\tau)}{l} \tag{31}$$

そこで，発生した複比 τ の両側に式 (30) の幅の緩衝帯を設け，それ以降に発生した複比が既に発生した複比の緩衝帯内に入るものを除外することを考える．

このように緩衝帯を設けると，複比の発生できる個数の限界が生じる．式 (31) の期待値 $s^{(0)}(\tau)$ は次のようになる．

$$\begin{aligned} s^{(0)}(\tau) &= \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} s^{(0)}_{\gamma,l} g(\gamma) p(l) d\gamma dl \\ &= \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} \frac{p(l)}{l} dl \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} s_\gamma(\tau) g(\gamma) d\gamma \end{aligned} \tag{32}$$

理想的な場合として，複比 τ の取り得る値がこの間隔で区間 $[\tau_{\min},\ \tau_{\max}]$ 上に並ぶとすると，その密度は $1/s^{(0)}(\tau)$ となる．したがって点の個数は次のように与えられる．

$$N^{(0)}_{\max} = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \frac{d\tau}{s^{(0)}(\tau)} \tag{33}$$

標準偏差が σ のときは，発生し得る複比の最大個数の理論的な上限が次式で与えられる．

$$N_{\max} = \frac{N^{(0)}_{\max}}{\sigma} \tag{34}$$

$\sigma = \epsilon l_0$ とし，横軸に ϵ，縦軸に $N_{\max}$ を図示したものが図 7の実線であり，これは複比の値を理想的に密に配置できたときの限界値を示す．図 7の破線は式 (11) に従って複比 τ を発生するとき，τ の両側に幅 $s_{\gamma,l}(\tau)$ の緩衝帯を設け，既に発生済みの複比の緩衝帯に新しく発生した複比が入った場合除外して得られた列の長さを各 10 回の試行で平均したものである．この図より実際には理論限界の約 50% しか数列が発生できないことがわかる．しかし前報の隣接比の発生限界約 36% に対してその発生率が高いことから，隣接比を用いた識別に比べて複比を用いた識別の正解率が向上することが予測できる．

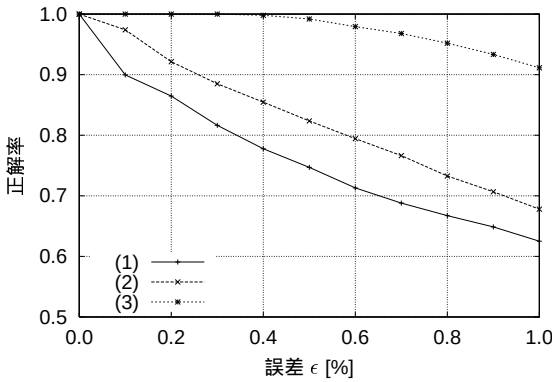


図 10: 識別の正解率．(1) ランダム数列，(2) 最良数列，(3) 最良数列 (緩衝帯あり)．

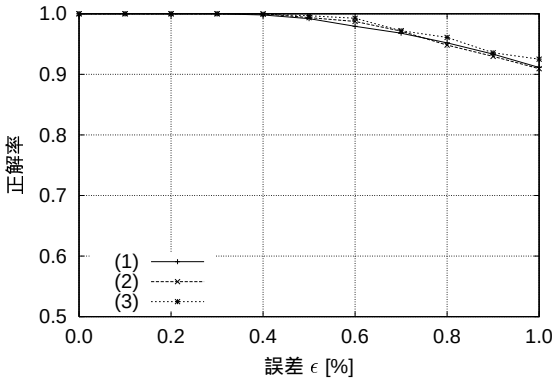


図 11: 最良数列の識別の正解率．(1) 単純な比較，(2) マハラノビス距離による比較，(3) 濃淡情報の加味．

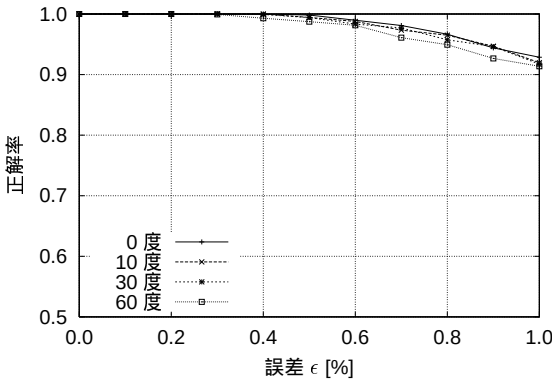


図 12: パタンを傾けた場合の最良数列の識別の正解率．

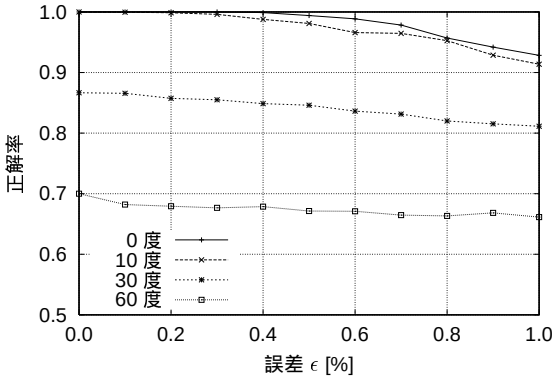


図 13: パタンを傾けた場合の隣接比の最良数列の識別の正解率．

7 識別実験

図 8は $l_{\min} = l_0/4$ の場合において，前報 [2] におけるランダム数列と 4 節の最良数列，および $\epsilon = 1\%$ の緩衝帯を設けた最良数列をそれぞれ生成し，白黒に塗り分けたものである．そして，標準偏差 $\sigma = \epsilon l_0$ の正規乱数を誤差として数列の各点に独立に加え，各区間に対して複比を計算し，真の値の表と参照して最も近いものと対応させる．すなわち真の複比を $\bar{\tau}_i$ としたとき，$\min_i |\tau - \bar{\tau}_i|$ を最小にするような番号 i を選び対応させる．これをすべての区間に対して調べるだけでなく，異なる乱数誤差を用いて 100 回繰り返し，その平均の正解率を計算したものが図 10である．この図から緩衝帯を設けた最良数列が最も高い正解率を示すことがわかる．

最良数列に対して，単に複比の値の差ではなくマハラノビス距離

$$\min_i \frac{|\tau - \tau_i|}{s_{\bar{\gamma},\bar{l}}(\bar{\tau}_i)} \tag{35}$$

を最小にする i を選ぶと正解率を向上させることができる．またパタンが濃淡で塗り分けられていた場合には，この情報を用いることにより更に向上させることができる．図 11は最良数列に対する識別の正解率を，単純な方法，マハラノビス距離を用いる方法，濃淡情報を用いる方法とで比較したものであり，このような工夫で若干ではあるが更に正解率が改善されることがわかる．

次に図 9に示すように傾けたパタンに対する識別の実験を行なった結果を図 12に示す．比較のために前報 [2] の隣接比の最良数列に対して同様の実験を行なった結果を図 13に示す．これらより，複比を用いた最良数列のパタンは傾きに対しても安定した良好な識別結果が得られることがわかる．

8 まとめ

本報では帯状パタンにおける部分パタンの複比を用いて，その位置を識別するために，最適なパタンを設計し，前報 [2] と同様に複比をマルコフ過程として生成させ，測定誤差に対する複比の誤差の統計的な性質を解析することにより，最適な遷移確率密度を導いた．そしてそれから得られる間隔，隣接比，複比の確率密度を理論的に計算し，複比の識別限界を導いた．

最後に，具体的に発生したパタンを垂直に置いた場合および傾けた場合の実験を行なうとともに，識別能力を高める工夫により正解率がより向上することを示した．次報 [5] ではこれを二次元パタンに拡張し，実画像実験を行なう．

参考文献

[1] 金谷 健一, 「画像理解 — 3 次元認識の数理 —」, 森北出版, 1990.

[2] 金澤 靖, 松永 力, 金谷 健一, 隣接比による識別のための最良マーカーパタンの設計：理論解析, 信学技報 PRMU98-181, pp. 39–44, 1999-1.

[3] Q.-T. Luong and O.D. Faugeras, On the Determination of Epipoles Using Cross-Ratios, *Comput. Vision Image Understanding*, **17**(1), pp.1–18, 1998.

[4] 松永 力, 新島 和孝, 金谷 健一, 隣接比による識別のための最良マーカーパタンの設計：応用実験, 信学技報 PRMU98-182, pp. 45–50, 1999-1.

[5] 松永 力, 新島 和孝, 金谷 健一, 複比による識別のための最良マーカーパタンの設計：応用実験, 情処研報 99-CVIM, 1999-3.

[6] Mundy, J. L. and Zisserman, A. eds., *Geometric Invariance in Computer Vision*, MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1992.

[7] 中島　正之, ディジタル映像処理の基礎と応用 (II)— 二次元ディジタル映像処理入門 —, 電子情報通信学会誌, Vol. 18, No. 1 (1998), 68–75.

[8] 太田 友一, 田村 秀行, 複合現実感の要素技術としてのコンピュータビジョン, 画像の認識・理解シンポジウム (MIRU'98), 1998-7, 岐阜, pp.I-1–I-6, 1998.

[9] M. Polleyfes, R. Koch and L. Van Gool, Self-calibration and metric reconstruction in spite of varying and unknown internal camera prameters, *Proc. Int. Conf. Comput. Vision*, January 1998, Bombay, India, pp. 90–95.