論　文

楕円成長法による円形物体の自動検出

岡部　光生[†]　　金谷　健一[††]　　太田　直哉[†††]

Automatic Detection of Circular Objects by Ellipse Growing

Mitsuo OKABE[†], Kenichi KANATANI[††], and Naoya OHTA[†††]

あらまし　円形物体を撮影した画像からその物体を自動的に検出する新しい手法を示す．これはハフ変換によってエッジへ接触する円を検出し，楕円当てはめを繰り返してそれを楕円へ成長させるものである．投票空間を限定して効率化し，アウトライアの除去や離れたエッジの探索を行うことによって，一部が遮へいされた物体の検出も可能となる．実画像実験によって実際的な時間内に処理できることを示す．

キーワード　楕円当てはめ，ハフ変換，ロバスト推定，アウトライア除去，最小メジアン法

1. ま え が き

シーン中の円は画像に楕円として投影されることから，画像中の楕円を検出してシーン中の円形物体を識別する多くの研究がなされている．特に近年，点列に楕円を精密に当てはめる技術が急速に進んでいる [4], [5], [18], [19]．また当てはめた楕円から円形物体の3次元位置を計算する解析式も知られており [14], [17]，これを利用して物体やカメラの3次元位置が計測されている [28], [32]．

それに対して，楕円を当てはめるべき点列を探索することはいまだ困難な問題である．一つの方法は，エッジ検出で得られるディジタル曲線をディジタル曲率等の手掛りから直線部と曲線部に分割し，直線部に直線を，曲線部に楕円を当てはめることである [6], [21], [27]．これはシーンを線図形でモデル化する目的には適しているが，曲線部分が楕円の一部である保証がなく，分割の仕方によって当てはめた楕円とその3次元解釈が左右される．このため，ロボット制御などの精密な定量的応用には向いていない．

一方，楕円そのものを直接に探索する研究も多く試みられ，その主流はハフ変換である．楕円は5パラメータで指定されるから，各エッジ画素を通り得る楕円のパラメータを量子化して5次元ハフ空間に投票し，多数の票を得た値を取り出せばよい．

しかし，これを直接に行うと量子化数の5乗に比例するメモリ量が必要となり，それに応じて計算量も増えるので，次のような種々の工夫が提案されている．まず，処理を多段階に分割し，例えば3パラメータを固定して残りの2パラメータを投票して，これを量子化した3パラメータ値すべてについて調べる．そして，その過程であり得ない値を排除する拘束条件を導入し，画像あるいはハフ空間の解像度を階層的に変える．またランダムサンプリング（遺伝アルゴリズムもその一種）を用いる．更に2点対（ランダムサンプリングや平行線との交点）を用い，エッジ方向を考慮し，連結エッジを用いて候補数を絞る，などの計算時間と記憶容量削減の手法が工夫されている [2], [3], [7] ~ [10], [22] ~ [26], [31], [33] ~ [39]．

このようなハフ変換のみに基づく方法は相当の計算量を要し，ディジタル曲線のみに基づく方法は正確な切出しが困難である．本論文では意図的に円形物体を撮影した，あるいは撮影した物体が円形であることが既知の画像からその物体を自動的に抽出し，その3次元位置を計測するような定量的な応用を目的とする（その一例を後に示す）．これに適した方法として，本論文ではハフ変換とディジタル曲線を併用し，エッジに接触する円をハフ変換で検出し，その接触部分へ楕円を当てはめ，これを繰り返す方法（「楕円成長法」）

[†]（株）富士通キャドテック，小山市
Fujitsu Cadtech, Ltd., Oyama-shi, 323-0807 Japan
[††]岡山大学工学部情報工学科，岡山市
Department of Information Technology, Okayama University, Okayama-shi, 700-8530 Japan
[†††]群馬大学工学部情報工学科，桐生市
Department of Computer Science, Gunma University, Kiryu-shi, 376-8515 Japan

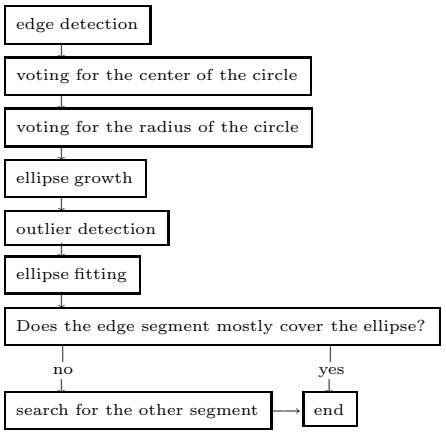


図 1　処理の流れ図
Fig. 1　Flowchart of the procedure.

を採用する．

これに類似の方法として，浅山ら [2] はハフ変換によって楕円に両側から接する 2 個の円を求め，それから楕円の方程式を計算している．この方法では楕円全体が画像に現れている必要がある．それに対して提案手法は不完全な楕円弧からでも楕円が当てはまる．

本論文ではエッジに接触する円を検出するハフ変換の投票に，通常の方法 [30] のような 3 次元配列を用いるのではなく，投票空間を中心の推定のための 2 次元配列と半径の推定のための 1 次元配列に分離して効率化する．またピークを先鋭化するような重みを導入する．そして，得られた円を楕円に成長させ，「最小メジアン法」(LMedS)[29] によってアウトライアを除去し，離れた楕円弧を探索する．これらの処理の流れを図 1 に示す．以下，これらの処理を順に述べ，提案手法の有効性を実画像例で確認する．

2.　処 理 手 順

2. 1　エッジ検出

エッジ検出には種々の方法があるが，ここでは分岐が少なく長いエッジを得るため，零交差法で得られるエッジ画素と Sobel 演算子によるエッジ強度の高い画素の共通部分をとって幅 1 画素のエッジを生成する．そして任意のエッジ画素から出発し，両側に 8 近傍に隣接するエッジ画素をたどり，端点か分岐点か出発点に遭遇したらそこまでを一つのエッジ片として切り取る．端点か分岐点かはその画素の 8 近傍に隣接するエッジ画素の数で判定する．この操作をエッジ画素が尽きるまで行い，得られたエッジ片のうち一定の長さ

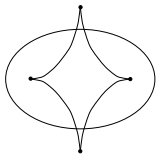


図 2　楕円の縮閉線とその特異点
Fig. 2　The evolute of an ellipse and its singularities.

(実験では 61 画素) 以上のものをリストに登録する．

2. 2　初期円の中心の投票

前節に述べたエッジ片の中から円弧に近い部分を選び，まず楕円の近似として円を当てはめる (これを「初期円」と呼ぶ) . そのために，最初に初期円の中心を求める投票を行う . エッジ片が円弧の場合は，その中心はそのエッジ片上の各エッジ画素に対して，そのエッジ片の法線が通る全画素に投票し，ピークを求めれば得られる [11] . それに対して楕円の各点の法線の包絡線は 4 個の特異点をもつ曲線となり (図 2) , 楕円の「縮閉線」と呼ばれる [1] . 縮閉線上に中心があって楕円に接する円は楕円と 2 次の接触をし，4 個の特異点では 3 次の接触となる [16] . したがって，楕円弧の法線上の点を投票すれば縮閉線上に峰が生じ，その特異点でピークとなる．

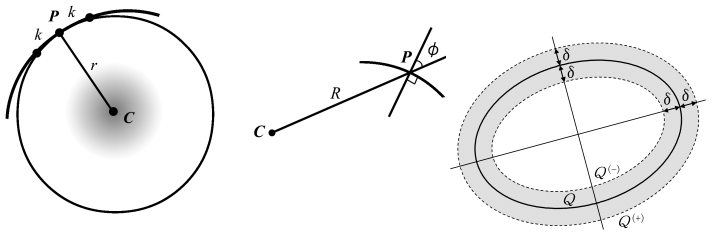
しかしそのピークは円の中心の場合に比べて非常に弱いので，次のように工夫して，直接に縮閉線上に投票する . 各画素 P について，そのエッジ片の両側に k 画素離れた 2 点と P を通る円の中心 C 及びその半径 r を計算し (図 3(a)) , 点 C を中心として各方向に標準偏差 γr の正規分布に比例した重みを付けて投票する (ただし両端の k 画素では投票しない) . 実験では $k = 30$, $\gamma = 1/10$ とした . 更にこれに $1/\sqrt{r}$ の重みを付ける . これはエッジ片が同じ長さなら曲率が大きい方を，中心角が同じ弧なら半径の大きい方を優先させるためである . パラメータや重みの選択を理論化するのは困難なので，ここでは経験的に定めた．

これを全エッジ片について行ってピークを検出し(注1)，得票数の高いもの数個 (実験では 4 個) を候補とする . これによって初期円の中心が縮閉線上の特異点の近辺に得られる (中心の検出例を図 5 に示す . その詳細は **3.** 参照) .

2. 3　初期円の半径の投票

次に，前節の方法で定めた中心 C をもつ円の半径を

(注 1): 実際には効率化のために 3 画素おきに投票している . また投票領域を一方の辺がエッジ片の法線方向，他の辺が座標軸に平行な平行四辺形に制限するなどの近似を導入している .



(a) (b) (c)

図 3 (a) 画素 P とそれから k 画素離れた 2 点を通る円の中心の周りに投票する．(b) 推定した中心 C から距離 R の画素は重み $e^{-R^2/2s^2}\cos\phi$ で値 R を投票をする．(c) 推定した楕円から δ 画素以内の領域の最長のエッジ片に楕円を当てはめる

Fig. 3 (a) Voting around the center of the circle passing through P and the two points away from it by k pixels on both sides. (b) A pixel away from the estimated center C by distance R votes the value R with weight $e^{-R^2/2s^2}\cos\phi$. (c) Fitting an ellipse to the longest edge segment inside the region within distance δ from the estimated ellipse.

求める．これは原理的には C から各エッジ画素 P までの距離 R を投票してピークを求めればよい．円弧ならこれで十分であるが [11]，楕円では偽のピークが多くなるので，次のように工夫する．

第 1 の工夫として，R に整数 1 を投票するのではなく，正負の値をとる実数 $e^{-R^2/2s^2}\cos\phi$ を投票する(注2)．ただし ϕ はエッジ画素 P の方向 (Sobel 演算子の出力から計算される) と直線 CP のなす角であり (図 3(b))，s は C からの距離 R に対する減衰定数である (実験では経験的に s は画像サイズの $1/4$ とした)．第 2 の工夫として，その値を整数化した R にのみでなく，その ±1 にも $e^{-1/2}$ を掛けて (すなわち中心が R で標準偏差 1 の正規分布に比例した重みを付けて) 投票する．

乗数 $e^{-R^2/2s^2}$ により C から約 s 画素以内の部分が重視され，乗数 $\cos\phi$ によりエッジ片が円周方向からずれると投票値が小さくなり，半径方向に一致すると 0 になる．更に濃淡の向きが反対の点は符号が逆になる．したがって C を内部に含まない閉曲線の寄与は 0 になり，円を構成する画素の寄与が増幅される (この効果を図 6 に示す．その詳細は **3.** 参照)．

このように投票してピークを検出し，得票数の最も高いものを選ぶ．これを初期円の中心の各候補について行い，得票数の最も高いものを選ぶ．

2.4 楕円の成長

前節で得られた初期円を次の手順で楕円に成長させる．まず初期円を楕円とみなし，その長軸と短軸を δ 画素だけ伸縮させて図 3(c) のような環状領域を作る (その計算法は後述)．次に全エッジ片からこの環状領域に含まれる部分が最も長いものを選択し，その領域に含まれる画素に「くりこみ法」[12], [13], [15] で楕円を当てはめる(注3)．そして当てはめた楕円の環状領域を再計算し，楕円を当てはめ直す．この操作を当てはめるべきエッジ画素が変化しなくなるまで反復する．

ここで用いたくりこみ法はエッジ片が短くても楕円全体が精度良く当てはまる手法であり [18]，この特性により上記の処理が有効に機能する．

環状領域の計算は次のように行う．楕円を含む 2 次曲線は次の形の方程式をもつ．

$$Ax^2+2Bxy+Cy^2+2f(Dx+Ey)+f^2F=0 \quad (1)$$

f はデータと同じオーダの定数 (例えば画像サイズ) である．上式が楕円を表す条件は

$$AC-B^2>0 \quad (2)$$

である．ベクトル $\boldsymbol{x}$ と行列 $\boldsymbol{Q}$ を

$$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix} x/f \\ y/f \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{Q}=\begin{pmatrix} A & B & D \\ B & C & E \\ D & E & F \end{pmatrix} \quad (3)$$

と定義すると，式 (1) は次のように書ける [14], [16]．

$$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x})=0 \quad (4)$$

ただし $(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$ はベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ の内積を表す．この楕

(注2): 効率化のために実際には関数 e^{-x^2} の多項式近似を用いている．

(注3): 以下にプログラムが公開されている．
http://www.ail.cs.gunma-u.ac.jp/Labo/program.html

円を各主軸方向に δ だけ拡大，縮小した楕円 $\boldsymbol{Q}^{(+)}$, $\boldsymbol{Q}^{(-)}$ は次のように計算される．

（1） 行列 $\boldsymbol{S}$，ベクトル $\boldsymbol{c}$，スカラ c を次のように定義する．

$$\boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} D \\ E \end{pmatrix}$$

$$c = (\boldsymbol{c}, \boldsymbol{S}^{-1}\boldsymbol{c}) - F \tag{5}$$

（2） 行列 $\boldsymbol{S}$ の固有値を λ_1, λ_2 とし，対応する単位固有ベクトルを $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$ とする．

（3） $\lambda_1^{(\pm)}$, $\lambda_2^{(\pm)}$ を次のように計算する．

$$\begin{aligned} \lambda_1^{(\pm)} &= \frac{c}{(\sqrt{c/\lambda_1} \pm f\delta)^2} \\ \lambda_2^{(\pm)} &= \frac{c}{(\sqrt{c/\lambda_2} \pm f\delta)^2} \end{aligned} \tag{6}$$

（4） 次のように行列 $\boldsymbol{S}^{(+)}$, $\boldsymbol{S}^{(-)}$ を計算する．

$$\boldsymbol{S}^{(\pm)} = \boldsymbol{U} \begin{pmatrix} \lambda_1^{(\pm)} & \\ & \lambda_2^{(\pm)} \end{pmatrix} \boldsymbol{U}^{\top} \tag{7}$$

$\boldsymbol{U}$ は $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$ をこの順に列とする 2×2 行列である．

（5） 次のように行列 $\boldsymbol{Q}^{(+)}$, $\boldsymbol{Q}^{(-)}$ を計算する．

$$\boldsymbol{Q}^{(\pm)} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{S}^{(\pm)} & \boldsymbol{S}^{(\pm)}\boldsymbol{S}^{-1}\boldsymbol{c} \\ (\boldsymbol{S}^{(\pm)}\boldsymbol{S}^{-1}\boldsymbol{c})^{\top} & F + (\boldsymbol{c}, \boldsymbol{S}^{-1}(\boldsymbol{S}^{(\pm)} - \boldsymbol{S})\boldsymbol{S}^{-1}\boldsymbol{c}) \end{pmatrix} \tag{8}$$

この結果，式 (4) の楕円を挟む幅 δ の環状領域が次のように定義される．

$$(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{Q}^{(+)}\boldsymbol{x})(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{Q}^{(-)}\boldsymbol{x}) < 0 \tag{9}$$

くりこみ法は式 (1) の形の 2 次曲線を当てはめる手法であり，短いエッジ片には双曲線や放物線が当てはまることもある．実験では経験的に，まず $\delta = 4$ 画素とし，楕円となる条件式 (2) を満たさない解が得られたら δ を 1 ずつ増やし，$\delta = 10$ でも楕円以外であれば初期円を返して次の処理に進むようにした．

2.5 最小メジアン法

当てはめた楕円が収束しても，用いたエッジ片の全画素が楕円を構成しているとは限らない．そこで次の「最小メジアン法」(LMedS)[29] によってアウトライアを除去する(注4)．

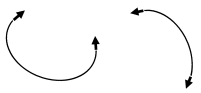


図 4 エッジ片が楕円の周長の半分以上かどうかの判定
Fig. 4 Judging if the edge segment covers more than half of the ellipse.

楕円を当てはめるべきエッジ片を構成する画素を式 (3) の第 1 式のようにベクトル表示し，$\{\boldsymbol{x}_\alpha\}$, $\alpha = 1, ..., N$ とする．そして $\boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{O}$, $S_m = \infty$ と初期化し（∞ は十分大きい数を意味する），次の操作を収束するまで反復する．

（1） $\{\boldsymbol{x}_\alpha\}$ からランダムに 5 点を選ぶ．

（2） 選んだ 5 点を通る楕円の行列 $\boldsymbol{Q}$ を計算する．これには式 (1) の形の A, B, ..., F に関する連立 1 次方程式を（定数倍を除いて）解けばよい．ただし式 (2) が満たされなければ無視して前ステップに戻る．

（3） 次のようにメジアンを計算する．

$$S = \mathrm{med}_{\alpha=1}^{N} \frac{(\boldsymbol{x}_\alpha, \boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}_\alpha)^2}{\|\boldsymbol{P}_k\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}_\alpha\|^2} \tag{10}$$

ただし $\boldsymbol{P}_k = \mathrm{diag}(1, 1, 0)$（対角要素 1, 1, 0 の対角行列）である．右辺の分数式は第 1 近似において $\boldsymbol{Q}$ の表す楕円から $\boldsymbol{x}_\alpha$ の表す画素までの距離の 2 乗になっている [15]．

（4） $S < S_m$ なら $\boldsymbol{Q}_m \leftarrow \boldsymbol{Q}$, $S_m \leftarrow S$ と更新する．

実験では 10 回連続して $S \geqq S_m$ となることを収束条件とした．そして次式を満たす $\boldsymbol{x}_\alpha$ をインライアと判定した．

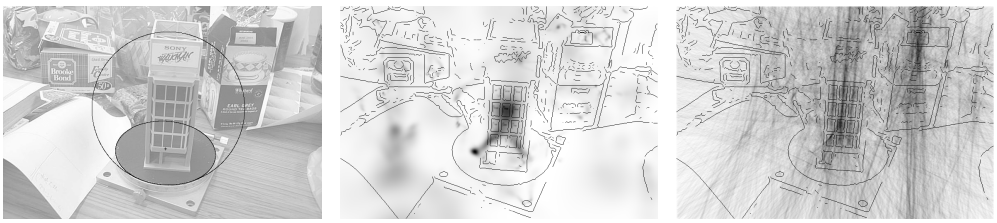
$$\frac{(\boldsymbol{x}_\alpha, \boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}_\alpha)^2}{\|\boldsymbol{P}_k\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}_\alpha\|^2} < 10S_m \tag{11}$$

これは文献 [29] に従って誤差の標準偏差 σ を $\sigma \approx 1.4826\sqrt{S_m}$ で推定し，得られた楕円 $\boldsymbol{Q}$ からの距離が 2.13σ 以下の画素を採用するものである．このようにして得られたインライアにくりこみ法で改めて楕円を当てはめ，そのエッジ片のインライアを両端とする最長部分を e とする．

2.6 離れた楕円弧の探索

円形物体が他の物体に遮へいされ，画像上でそのエッジが分離している場合にも対処できるように，次

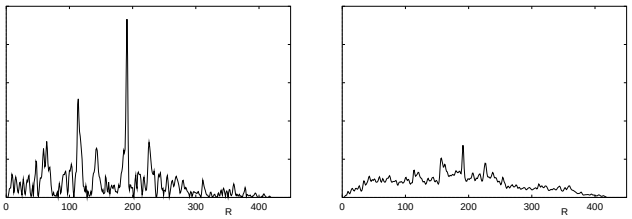
(注4): “アウトライア” とは通常は異常な揺らぎを意味するが，この場合は別の物体の境界エッジのことである．



(a) (b) (c)

図 5 初期円の中心の推定．(a) 検出した円と当てはめた楕円．(b) 中心の投票．(c) 単純なハフ変換

Fig. 5 Estimation of the center of the initial circle. (a) The detected circle and the fitted ellipse. (b) Voting for the center. (c) Simple Hough transform.



(a) (b)

図 6 初期円の半径 R（横軸）に対する投票数（縦軸）．(a) 提案手法．(b) 単純な投票

Fig. 6 The number of votes (ordinate) for the radius R of the initial circle (abscissa). (a) Proposed method. (b) Simple voting.

のような探索を行う．

得られたエッジ片 e が楕円の半分以上なら終了する．これは両端が閉じる方向に向いているかどうかで判定する（図 4）．そうでなければ当てはめた楕円を $1+\gamma$ 倍に拡張したものの内部を探索範囲とし，そこに円形物体の他方のエッジがないか探索する．式 (6) を

$$\lambda_1^{(\pm)} = \frac{\lambda_1}{(1\pm\gamma)^2}, \qquad \lambda_2^{(\pm)} = \frac{\lambda_2}{(1\pm\gamma)^2} \tag{12}$$

に換えれば楕円が $1\pm\gamma$ 倍される（実験では $\gamma = 1.2$ とした）．拡張した楕円内の一定長（実験では 20 画素）以上のエッジ片 e' をランダムに選び，e から 4 点，e' から 1 点を選び，前節で述べた最小メジアン法で楕円を当てはめる．ただし e, e' のエッジ画素に対して別々にメジアンを計算し，その和を式 (10) として用いる．収束条件は 100 回連続して更新が生じないこととした．そして，収束したメジアンの和が初期のメジアンの 4 倍以上であれば初期の楕円を採択し，そうでない場合は e, e' の各々から式 (11) の基準でインライアを選び，それらにくりこみ法で楕円を当てはめる．

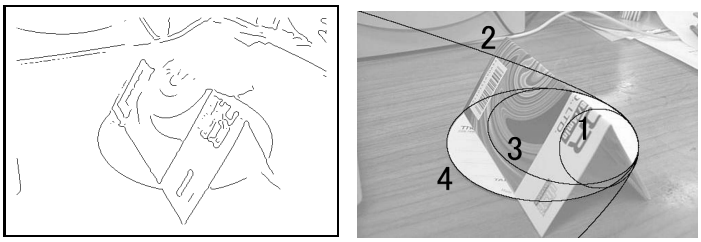
同様の操作を続ければ更にエッジ片が探索できるが，誤ったエッジ片を拾う可能性も増える．また円形物体の検出には顕著な一つのエッジ片の追加で十分なことが多い．そこで次章の実験例では計算の効率化のために一つのエッジ片のみ探索している．投票方式や収束条件や探索範囲の最適な設定は困難な問題であり，ここでは経験的に定めた．

3. 実画像例

図 5(a) は検出した初期円とそれを成長させた楕円を原画像上に重ねたものである．図 5(b) は初期円の中心の投票数をエッジ画像上に濃淡値として表示したものである．比較のため図 5(c) に，各エッジ画素に対してそのエッジ片の法線が通る全画素を，法線の両側に標準偏差 1 の正規分布に比例する重みを付けて投票した結果 [11] を示す．提案手法では投票が縮閉線上の特異点付近に集中している．

図 6(a) は求めた中心からの半径 R を横軸に，投票数の絶対値を縦軸にプロットしたものである．比較のため図 6(b) に，各エッジ画素までの距離とその ±1 に標準偏差 1 の正規分布に比例する重みを付けた値を投票した結果 [11] を示す．ただし投票総数が一定となるようにスケールを合わせている．図 6(a) ではエッジの密集部分からの正負の投票が打ち消しあって 0 に近く，弧状の画素からの寄与が強調されている．

図 7(a) は分割された楕円を含むエッジ画像である．



(a) (b)

図 7 (a) エッジ画像．(b)(1) 初期円，(2) 楕円成長で得られた双曲線，(3) 最小メジアン法で得られた楕円，(4) 離れた弧の探索結果

Fig. 7 (a) The edge image used. (b) (1) The initial circle, (2) the hyperbola resulting from the ellipse growing, (3) the ellipse fitted by LMedS, and (4) the ellipse fitted after detecting another segment.

この場合は初期円を挟む環状領域中のエッジ片には $\delta = 10$ としても双曲線が当てはまる．そこで最小メジアン法で楕円を当てはめ，離れた弧の探索に移る．図 7(b) に (1) 初期円，(2) 楕円成長で得られた双曲線，(3) 最小メジアン法で当てはめた楕円，及び (4) 最終的に得られた楕円を示す．

図 8 に様々な画像例に対してエッジ画像 (上段)，及び初期円と最終的に得られた楕円を原画像に重ねたもの (下段) を示す．楕円成長は 1, 2 回の反復でほぼ最終的な楕円となり，4, 5 回で終了する．これらの例からわかるように，エッジが多数あって楕円をなす部分が短い場合でも望ましいエッジ片が取り出されている．

実行時間は 500×333 画素の場合，平均約 18 秒であった．CPU は Pentium III 600MHz を，OS は Linux を用いた．計算時間の半分近くはエッジ片生成の前処理に費やされているので，エッジの多い画像ほど計算時間が増加する．しかし，画像処理の効率化にはそれほど注意を払っていないので，工夫によってかなりの高速化が可能と思われる．

最後に本手法を円形の回転台の校正へ適用した画像例を示す．物体を回転台に載せて回転させながら撮影した画像から 3 次元形状を計算することは 3 次元復元の基本的な手法である [32]．そのためにはあらかじめカメラと回転台の位置関係を知らなければならない．これは回転台の半径を実測すれば回転台の画像から計算できる．

図 9 は 768×512 画素の画像であり，左にエッジ画像，右に当てはめた楕円と計算した回転台の中心を示す．焦点距離は 700 画素，回転台は半径の 6.45cm の円である．カメラの光軸が回転台の中心軸とのなす角は 59.4 度，カメラのレンズの中心から回転台の中心までは 27.3cm と計算された．この計算法はよく知られ (付録参照)[17], [28], [32]，解の精度は画像の正確さやカメラパラメータの校正精度に左右される．ここでは単に本論文の処理がこのような応用を想定していることの例として示した．

4. むすび

本論文では円形物体を撮影した画像からその 3 次元位置を計測するような定量的な応用を目的とし，画像から楕円を自動的に抽出する新しい方法を提案した．これはハフ変換によってエッジへ接触する円を検出し，それを反復によって楕円へ成長させるものである．更に投票空間を 1 次元及び 2 次元に限定して効率化するとともに，アウトライア (楕円弧をなさないエッジ画素) の除去や離れたエッジの探索によってロバスト性を高めた．そして実画像例によって，円形物体の一部が遮へいされている場合にもその検出が可能であり，実際的な時間内に処理できることを確認した．ただし精度は応用目的やシーンの性格に依存するので一般的な評価は困難である．

謝辞 本研究の一部は文部科学省科学研究費基盤研究 C (2) (No. 13680432)，テレコム先端技術研究支援センター，栢森情報科学振興財団の助成によった．

文　献

[1] 安達忠次, 微分幾何学概説, 培風館, 1976.
[2] 浅山泰祐, 塩野　充, “円弧近似を用いた任意傾斜楕円のハフ変換による検出実験,” 信学技報, PRMU98-123, Nov. 1998.
[3] Y. C. Cheng and S. C. Lee, “A new method for quadratic curve detection using K-RANSAC with acceleration techniques,” Pattern Recognit., vol.28, no.5, pp.663–682, May 1995.
[4] W. Chojnacki, M. J. Brooks, and A. van den Hen-

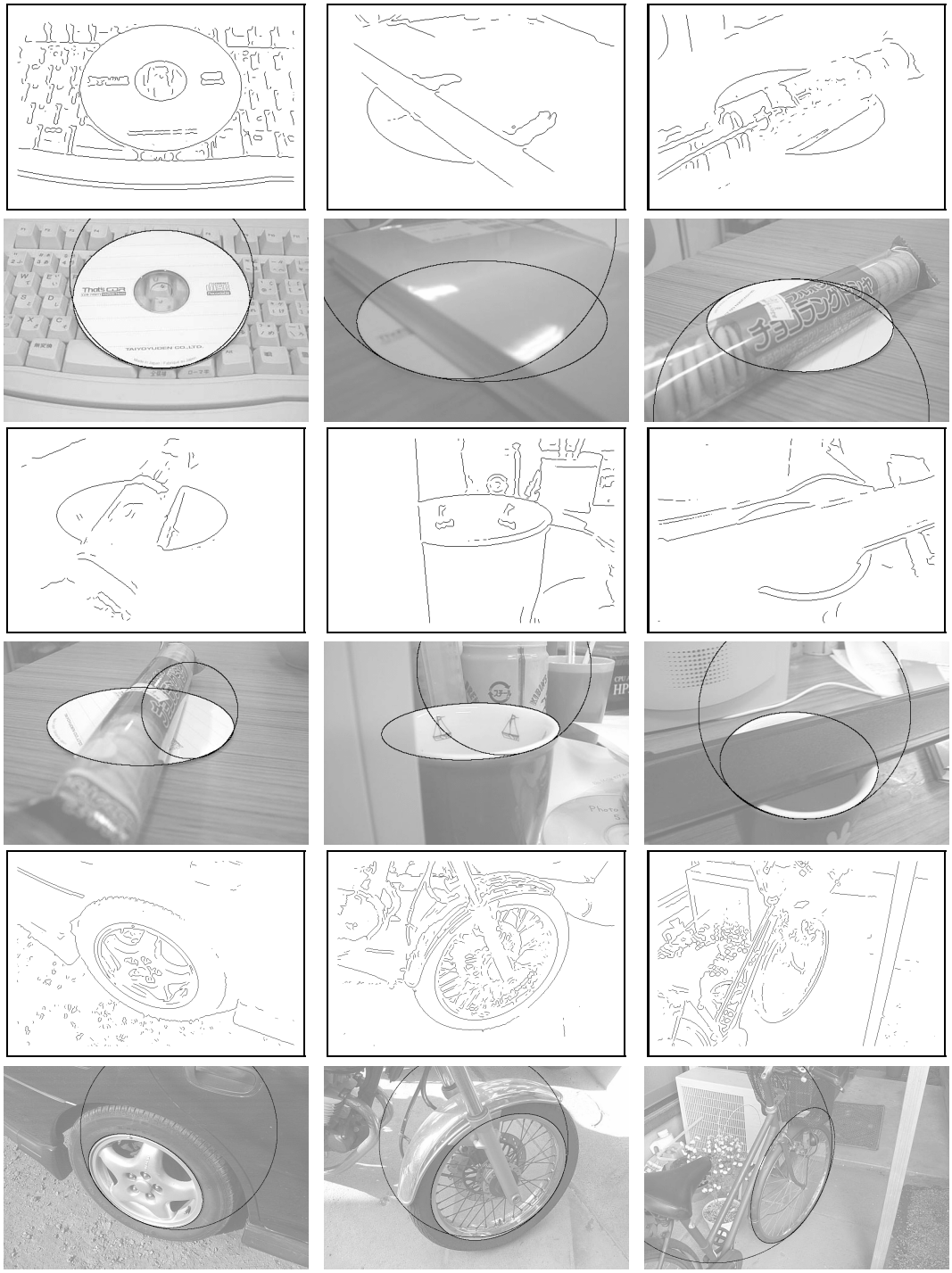


図 8　当てはめ例．上段はエッジ画像，下段は初期円と当てはめた楕円を原画像に重ねたもの

Fig. 8　Examples of ellipse fitting: the edge images (upper rows); the initial circles and the fitted ellipses superimposed on the original images (lower rows).

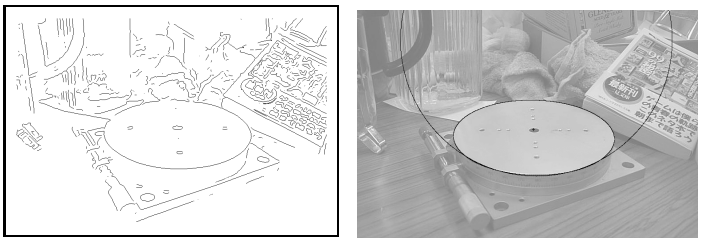


図 9　回転台の校正
Fig. 9　Calibration of a turntable.

gel, “Rationalising the renormalisation method of Kanatani,” J. Math. Imaging Vision, vol.14, no.1, pp.21–38, Feb. 2001.

[5] W. Chojnacki, M. J. Brooks, A. van den Hengel, and D. Gawley, “On the fitting of surfaces to data with covariances,” IEEE Trans. Pattern Anal. & Mach. Intell., vol.22, no.11, pp.1294–1303, Nov. 2000.

[6] D. B. Cooper and N. Yalabik, “On the computational cost of approximating and recognizing nose-perturbed straight lines and quadratic arcs in the plane,” IEEE Trans. Comput., vol.25, no.10, pp.1020–1032, Oct. 1976.

[7] 藤本公三, 岩田剛治, 仲田周次, “θ-ρ ハフ変換平面からの２次曲線のパラメータ抽出,” 信学論 (D-II) , vol.J74-D-II, no.9, pp.1184–1191, Sept. 1991.

[8] N. Guil and E. L. Zapata, “Lower order circle and ellipse Hough transform,” Pattern Recognit., vol.30, no.10, pp.1729–1744, Oct. 1997.

[9] C.-T. Ho and L.-H. Chen, “A fast ellipse/circle detector using geometric symmetry,” Pattern Recognit., vol.28, no.1, pp.117–124, Jan. 1995.

[10] C. L. Huang, “Elliptical feature extraction via an improved Hough transform,” Pattern Recognit. Lett., vol.10, no.2, pp.93–100, Feb. 1989.

[11] D. Ioannou, W. Huda, and A. F. Laine, “Circle recognition through a 2D Hough Trnasform and radius histogramming,” Image Vision Comput., vol.17, pp.15–26, Jan. 1999.

[12] 金谷健一, “コンピュータビジョンのためのくりこみ法, ” 情処学論, vol.35, no.2, pp.201–209, Feb. 1994.

[13] 金谷健一, 空間データの数理—３次元コンピューティングに向けて, 朝倉書店, 1995.

[14] K. Kanatani, Geometric Computation for Machine Vision, Oxford University Press, Oxford, 1993.

[15] K. Kanatani, Statistical Optimization for Geometric Computation: Theory and Practice,” Elsevier, Amsterdam, 1996.

[16] 金谷健一, 形状ＣＡＤと図形の数学, 共立出版, 1998.

[17] K. Kanatani and W. Liu, “3-D interpretation of conics and orthogonality,” CVGIP: Image Understanding, vol.58, no.3, pp.286–301, Nov. 1993.

[18] Y. Kanazawa and K. Kanatani, “Optimal conic fitting and reliability evaluation,” IEICE Trans. Inf. & Syst., vol.E79-D, no.9, pp.1323–1328, Sept. 1996.

[19] Y. Leedan and P. Meer, “Heteroscedastic regression in computer vision: Problems with bilinear constraint,” Int. J. Comput. Vision, vol.37, no.2, pp.127–150, June 2000.

[20] B. Matei and P. Meer, “Reduction of bias in maximum likelihood ellipse fitting,” Proc. 15th Int. Conf. Pattern Recognit., vol.3, pp.801–806, Barcelona, Spain, Sept. 2000.

[21] 森　克己, 渡邊栄治, 片桐重和, “弦とその共役直径に基づく楕円弧の識別,” 信学論 (D-II) , vol.J84-D-II, no.2, pp.287–294, Feb. 2001.

[22] 永田亮一, 川口　剛, “遺伝アルゴリズムとエッジ点の線分領域へのグルーピングを利用する楕円検出,” 信学論 (D-II) , vol.J81-D-II, no.9, pp.2074–2085, Sept. 1998.

[23] 恩田邦夫, 渡並　智, 青木由直, “Hough 変換平面からの楕円パラメータ決定法,” 信学論 (D-II) , vol.J72-D-II, no.10, pp.1760–1764, Oct. 1989.

[24] D. Pao, H. F. Li, and R. Jayakumar, “A decomposable parameter space for the detection of ellipses,” Pattern Recognit., vol.14, no.12, pp.951–958, Dec. 1993.

[25] G. Roth and M. D. Levine, “Extracting geometric primitives,” CVGIP: Image Understanding, vol.58, no.1, pp.1–22, July 1993.

[26] G. Roth and M. D. Levine, “Geometric primitive extraction using a genetic alorithm” IEEE Trans. Pattern Anal. & Mach. Intell., vol.16, no.9, pp.901–905, Sept. 1994.

[27] P. L. Rosin and G. A. W. West, “Nonparametric segmentation of curves into various representations,” IEEE Trans. Pattern Anal. & Mach. Intell., vol.17, no.12, pp.1140–1153, Dec. 1995.

[28] C. A. Rothwell, A. Zisserman, C. I. Marinos, D. A. Forsyth, and J. L. Mundy, “Relative motion and pose from arbitrary plane curves,” Image Vision Computing, vol.10, no.4, pp.250–262, May 1992.

[29] P. J. Rousseeuw and A. M. Leroy, Robust Regression and Outlier Detection, Wiley, New York, 1987.

[30] 塩野　充, “黒点ランダム抽出と Hough 曲面の交点計算による円図形検出の一手法,” 情処学論, vol.32, no.2, pp.179–187, Feb. 1991.

[31] S. Tsuji and F. Matsumoto, “Detection of ellipses by

a modified Hough transform," IEEE Trans. Comput., vol.27, no.8, pp.777–781, Aug. 1978.
[32] 鵜飼英充, 杉本茂樹, 奥富正敏, "時空間画像を用いた回転物体の表面形状の推定とモデリング," 第 6 回画像センシングシンポジウム講演論文集, pp.291–298, 横浜, June 2000.
[33] 渡辺孝志, 畠山雅充, 木村彰男, "ハフ変換を用いた接線情報の抽出と欠損楕円の検出," 信学論 (D-II), vol.J82-D-II, no.12, pp.2221–2229, Dec. 1999.
[34] 渡辺孝志, 木村彰男, 丹波澄雄, 横山隆三, "Li-Lavin-Le Master 型高速ハフ変換による欠損楕円の検出," 信学論 (D-II), vol.J76-D-II, no.12, pp.2504–2512, Dec. 1993.
[35] 渡辺孝志, 柴田俊浩, "Hough 変換と階層化画像を用いた欠損楕円の検出," 信学論 (D-II), vol.J73-D-II, no.2, pp.159–166, Feb. 1990.
[36] W.-Y. Wu and M.-J. J. Wang, "Elliptical object detection by using its geometric properties," Pattern Recognit., vol.26, no.10, pp.1449–1500, Oct. 1993.
[37] 大和淳二, 入澤和義, 石井郁夫, 牧野秀夫, "重み付け中点図面を用いた楕円抽出アルゴリズム," 信学論 (D-II), vol.J72-D-II, no.7, pp.1009–1016, July 1989.
[38] H. K. Yuen, J. Illingworth, and J. Kittler, "Detecting partially occluded ellpises using the Hough transform," Image Vision Comput., vol.7, no.1, pp.31–37, Feb. 1989.
[39] J. H. Yoo and I. K. Seth, "An ellipse detection method from the polar and pole definition of conics," Pattern Recognit., vol.26, no.2, pp.307–315, Feb. 1993.

付　　録

円の 3 次元位置の計算は次のようにする．カメラは校正されているとし，式 (1), (3) 中の定数 f をレンズの焦点距離 (単位は画素) とする．画像座標の原点をレンズの光軸に対応する点にとり，上方を x 軸，右方を y 軸とする画像座標を用い，z 軸を奥行方向とみなす．観測した楕円 $\boldsymbol{Q}$ は半径 r の円の像であるとする．行列 $\boldsymbol{Q}$ には定数倍の不定性があるので，$\det \boldsymbol{Q} = -1$ と正規化する ($\det \boldsymbol{Q} = 0$ なら退化した 2 直線等の楕円以外の図形となる [14], [16])．

行列 $\boldsymbol{Q}$ の固有値を λ_1, λ_2, λ_3 とし，対応する単位固有ベクトルを $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$, $\boldsymbol{u}_3$ とする．$\lambda_3 < 0 < \lambda_1 \leqq \lambda_2$ のように順序を定めると，円の載っている平面 (「支持平面」) の単位法線ベクトルは次のようになる [14]．

$$\boldsymbol{n} = N\Big[\sqrt{\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_3}}\boldsymbol{u}_2 \pm \sqrt{\frac{\lambda_1 - \lambda_3}{\lambda_2 - \lambda_3}}\boldsymbol{u}_3\Big] \quad \text{(A·1)}$$

ただし $N[\cdot]$ は単位ベクトルへの正規化を表す．解が 2 個得られるのは，円を上から見下ろしても下から見上げても画像としては同じだからである．見下ろす解を得るには $n_1 n_3 \leqq 0$ となる符号を選ぶ．カメラのレンズの中心から支持平面までの距離は次のようになる．

$$d = \sqrt{\lambda_1^3}r. \quad \text{(A·2)}$$

画像中の円の中心の位置は次のベクトルで指定される．

$$\boldsymbol{x}_C = Z[\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{n}] \quad \text{(A·3)}$$

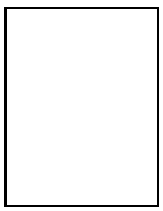
ただし $Z[\cdot]$ は Z 成分を 1 とする正規化を表す．カメラ座標系から見た回転台の中心の位置は

$$\boldsymbol{r}_C = \frac{d\boldsymbol{x}_C}{(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{x}_C)} \quad \text{(A·4)}$$

となる．カメラの光軸と支持平面の法線とのなす角度は次のようになる．

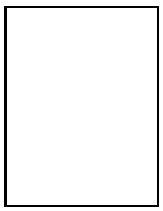
$$\theta = \cos^{-1}|n_3| \quad \text{(A·5)}$$

(平成 14 年 1 月 21 日受付，6 月 20 日再受付)



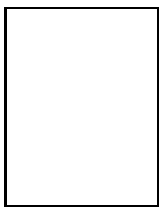
岡部　光生

1999 群馬大・工・情報卒．2001 同大大学院修士課程了．同年 (株) 富士通キャドテック入社．



金谷　健一　(正員)

1972 東大・工・計数卒．1979 同大大学院博士課程了．工博．群馬大学工学部情報工学科教授を経て，現在，岡山大学工学部情報工学科教授．IEEE フェロー．



太田　直哉　(正員)

1983 東京農工大・工・応物卒．1985 東工大大学院修士課程了．博 (工)．1987 (株) 日本電気入社．現在群馬大学工学部情報工学科助教授．