未校正カメラによる2画像からの3次元復元とその信頼性評価

金谷健一[†] 三島 等[††]

焦点距離が未知のカメラで撮影した 2 画像の対応点から統計的に最適な 3 次元復元を行うとともに，復元形状の信頼性を評価する．まず対応点から基礎行列を最適に計算する．次にそれを焦点距離と運動パラメータに分解する．そして対応点がエピ極線方程式を厳密に満たすように最適に補正する．最後に 3 次元位置を復元し，その共分散行列を評価する．さらに，シミュレーションおよび実画像実験によって本システムの有効性を検証し，不定性を除去する正規化（ゲージ）の不確定性の記述に与える影響を考察する．

3-D Reconstruction from Two Uncalibrated Views and Its Reliability Evaluation

Kenichi Kanatani[†] and Hitoshi Mishima[††]

We optimally reconstruct 3-D structure from point correspondences over two images taken by cameras with unknown focal lengths and evaluate the reliability of the computed shape. First, we optimally compute the fundamental matrix from corresponding feature points. Next, we decompose it into the focal lengths and the motion parameters. Then, we optimally correct the observed feature points so that they satisfy the epipolar equation exactly. Finally, we compute the 3-D positions and evaluate their covariance matrices. We confirm the effectiveness of our method by simulation and real-image experiments and observe the effect of the gauges (normalizations for removing indeterminacy) on the uncertainty description.

1. はじめに

動画像の対応点から 3 次元復元を行う研究は古くからあったが，ほとんどは校正済みカメラを仮定していた．それに対して近年，未校正カメラによる自己校正法の研究がさかんになった[23),28)]．このとき射影歪みを許す射影復元は比較的容易であるが，正しいユークリッド復元のためには 3 枚以上の画像が必要であり，複雑な処理が必要になる[2),22)]．しかし，カメラに固有なパラメータが既知であれば焦点距離は計算できる．本論文ではこれを利用し，ＶＲ応用のための 2 画像からの 3 次元復元を行う．本論文では従来十分に考慮されなかった次の 3 点に焦点を当てる．

- 誤差のモデルを導入し，精度の理論限界を達成する統計的に最適な復元を行う．
- 単に形状を復元するだけでなく，その信頼性を評価し，復元形状がどの程度信頼できるかを知る．
- 不定性を除去する正規化（ゲージ）が不確定性の記述に与える影響を考察する．

校正済みカメラによる 2 画像からの最適な 3 次元復元はすでに行われており[9)]，未校正カメラでも同様にできるが，変数が増加して信頼性評価が複雑になる．本論文では復元計算は厳密に最適化しながら，その信頼性評価には現実的な第 1 近似を導入する．本システムは次のように各段階で計算とその信頼性評価とを対にした構成である．

(1) 画像上の特徴点の対応（最低 8 組）を検出する．
(2) 対応点から基礎行列を最適に計算し，その信頼性を評価する．
(3) 基礎行列を焦点距離と運動パラメータに分解する．
(4) 特徴点がエピ極線方程式を厳密に満たすように最適に補正し，補正値の信頼性評価を行う．
(5) 補正値から 3 次元位置を復元し，その信頼性評価を行う．
(6) 基礎行列の誤差を評価し，復元点の共分散行列を計算する．

このための要素技術はすでにいろいろな形で発表されているが[8)~10),12),18)]，本論文ではそれらの最も有効と思われる統合を試み，シミュレーションおよび実画像実験を行ってその有効性を検証する．

2. エピ極線方程式と基礎行列

第 1 カメラを回転行列 $\boldsymbol{R}$ だけ回転し，ベクトル $\boldsymbol{t}$ だけ並進した位置に第 2 カメラがあるとし，$\{\boldsymbol{t}, \boldsymbol{R}\}$ を運動パラメータと呼ぶ．画像面上に任意に座標系をとり，第 1 画像の座標 (u, v) の点が第 2 画像では座標 (u', v') に移

† 岡山大学工学部情報工学科
Department of Information Technology, Okayama University
†† （株）スリーディー技術開発本部
R&D Division, 3D, Inc.

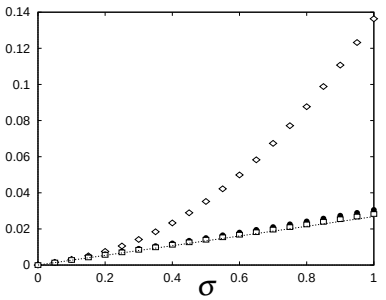


図 1 基礎行列の平方平均二乗誤差．◇：最小二乗法．●：くりこみ法．□：くりこみ法と最適補正．破線は理論的下界

Fig. 1 Root-mean-square error of fundamental matrix computation. ◇: least squares. ●: renormalization. □: renormalization and optimal correction. The dotted lines indicate the theoretical lower bound.

動するとする．これらを次のベクトルで表す．

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} u/f_0 \\ v/f_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x}' = \begin{pmatrix} u'/f_0 \\ v'/f_0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

ここに f_0 はカメラの焦点距離の適当な近似値である．画像に誤差がなければ次のエピ極線方程式が成立する[23),28)]．

$$(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}') = 0 \tag{2}$$

ただし $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ はベクトル $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ の内積である．$\boldsymbol{F}$ はランク 2 の特異行列であり，基礎行列と呼ばれる[23),28)]．校正済みカメラの場合はより強い分解可能条件が課される[8),10)]．

3. 基礎行列の計算

我々はすでに画像の誤差の統計的モデルを導入し，データにエピ極線方程式 (2) を最適にあてはめて基礎行列 $\boldsymbol{F}$ を計算するアルゴリズムを発表している[18)]．これはくりこみ法[10)] と呼ぶ手法で $\boldsymbol{F}$ を計算すると同時に拘束 $\det \boldsymbol{F} = 0$ を満たすように最適補正を施すものであり，その C++ プログラムを公開した☆．

基礎行列の計算法は従来から数多く報告され[1),3),6),17),20),24),25),29),30)] その多くは $\boldsymbol{F}$ を $\det \boldsymbol{F} = 0$ となるようにパラメータ化し，そのパラメータ空間で非線型最適化を行っている（Mühlich ら[20)] はくりこみ法とは異なる方法で最小二乗解の偏差を除去している）．文献中のデータからは，どの方法でも適切にインプレメントすれば精度は我々の方法と大差ないと推察される．

しかし文献では精度を他人の方法と比較しているのみで，絶対的な性能が明確でない．それに対して我々は精度の理論限界を導いて絶対評価を行った．図 **1** は文献 18) のシミュレーション例で計算した基礎行列の平方平均二乗誤差（分散にあたる）である．横軸は各特徴点に加えた乱数誤差の標準偏差であり，毎回独立に 100 回の試行を行った．◇ は単純な最小二乗法（代数的距離最小化[6)] と呼ばれる），● はくりこみ法，□ はそれに最適補正を施したものである．破線は理論的下界であり，基礎行列を計算する過程で自動的に推定できる[18)]．

図から解の分散がほぼその下界に達することが分かる．したがって，この分散から復元した 3 次元形状の分散を推定することができる．具体的には標準偏位 $\boldsymbol{F}^{(+)}$，$\boldsymbol{F}^{(-)}$ を利用する．これはパラメータ空間で $\hat{\boldsymbol{F}}$ の誤差が最も生じやすい両方向に標準偏差だけずれた値を示すものであり，基礎行列を計算する過程で同時に計算される[10),18)]．これは精度の理論限界に対応し，$\boldsymbol{F}^{(+)}$ と $\boldsymbol{F}^{(-)}$ の有効数字がたとえば 3 桁で一致すれば，解 $\hat{\boldsymbol{F}}$ にほぼ有効数字 3 桁の精度があると保証される．これを用いて 3 次元復元の精度が予想できる（10 章参照）．従来の基礎行列の計算アルゴリズムではこのような精度評価は考慮されていない．

4. 特徴点の最適補正

特徴点の位置 $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{x}'$ の精度の定性的性質を表す（定数倍を除いて定まる）正規化共分散行列を $V_0[\boldsymbol{x}]$，$V_0[\boldsymbol{x}']$ とする．特徴点を画像処理によって抽出する場合は，これらを画像の濃淡値から計算することもできる[16)]．

各点の誤差は独立で，標準偏差は方向によらないと仮定すると，$\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{x}'$ の共分散行列は定数倍を除いて次のように書ける．

$$V_0[\boldsymbol{x}] = V_0[\boldsymbol{x}'] = \mathrm{diag}(1, 1, 0) \tag{3}$$

ただし $\mathrm{diag}(\cdots)$ は対角要素が $\cdots$ の対角行列を表す．特徴点の精度について特別の性質がない場合にこれをデフォルト値とする．

基礎行列 $\boldsymbol{F}$ を最適に計算してもデータ $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{x}'$ は誤差のために必ずしも厳密にはエピ極線方程式 (2) を満たさない．そこで $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{x}'$ が式 (2) を厳密に満たすように最適に補正する．これは次のように行う[10)]．

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{x} - \frac{E(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')}{V(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')} V_0[\boldsymbol{x}]\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}' \\ \hat{\boldsymbol{x}}' &= \boldsymbol{x}' - \frac{E(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')}{V(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')} V_0[\boldsymbol{x}']\boldsymbol{F}^{\top}\boldsymbol{x} \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} E(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') &= (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}') \\ V(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') &= (\boldsymbol{x}', \boldsymbol{F}^{\top} V_0[\boldsymbol{x}]\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}') \\ &\quad + (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{F} V_0[\boldsymbol{x}']\boldsymbol{F}^{\top}\boldsymbol{x}) \end{aligned} \tag{5}$$

式 (4) を $E(\hat{\boldsymbol{x}}, \hat{\boldsymbol{x}}') = 0$ が十分満たされるまで $\boldsymbol{x} \leftarrow \hat{\boldsymbol{x}}$，$\boldsymbol{x}' \leftarrow \hat{\boldsymbol{x}}'$ と反復する．これはニュートン法と同じ 2 次収束をし，実際には 1 回の反復でも十分である．

補正値 $\hat{\boldsymbol{x}}$，$\hat{\boldsymbol{x}}'$ はエピ極線方程式を満たすので，それらの（正規化）共分散行列も自由度が拘束され，ランクが低下する．そこで次の（正規化）事後共分散行列に置き換える[10)]．

$$\begin{aligned} V_0[\hat{\boldsymbol{x}}] &= V_0[\boldsymbol{x}] - \frac{(V_0[\boldsymbol{x}]\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}')(V_0[\boldsymbol{x}]\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}')^{\top}}{V(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')} \\ V_0[\hat{\boldsymbol{x}}'] &= V_0[\boldsymbol{x}'] - \frac{(V_0[\boldsymbol{x}']\boldsymbol{F}^{\top}\boldsymbol{x})(V_0[\boldsymbol{x}']\boldsymbol{F}^{\top}\boldsymbol{x})^{\top}}{V(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')} \end{aligned} \tag{6}$$

☆ http://www.ail.cs.gunma-u.ac.jp/Labo/research.html

データ $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{x}'$ の誤差は互いに独立と見なしているが，補正値 $\hat{\boldsymbol{x}}$，$\hat{\boldsymbol{x}}'$ はもはや独立ではない．それらの（正規化）相関行列は次のようになる[10]．

$$V_0[\hat{\boldsymbol{x}}, \hat{\boldsymbol{x}}'] = -\frac{(V_0[\boldsymbol{x}]\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}')(V_0[\boldsymbol{x}']\boldsymbol{F}^\top\boldsymbol{x})^\top}{V(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')} \tag{7}$$

式 (4) の最適補正は Hartley-Sturm の三角化法[7] と同じ目的である．彼らのは 6 次方程式を解く代数的方法であるが，精度は本方法と実質的に等しく，計算効率では本方法が圧倒的に優れると Torr ら[24] が指摘している．

この最適補正は通常はサブ画素の大きさであるが，遠方の点の3次元位置の精度に大きな影響を与える．また，これによって復元形状の信頼性評価が可能になる（9 章参照）．

5. 基礎行列の分解

基礎行列 $\boldsymbol{F}$ には定数倍の不定性があり，拘束 $\det \boldsymbol{F} = 0$ を満たすから 7 自由度ある．$\boldsymbol{F}$ の定数倍の不定性から並進 $\boldsymbol{t}$ の絶対値が不定となり，運動パラメータ $\{\boldsymbol{t}, \boldsymbol{R}\}$ は 5 自由度を持つ．したがって，カメラの運動が任意であれば最大 2 個のカメラパラメータしか計算できない．

その 2 パラメータとして現実的な選択は 2 画像の撮影時の焦点距離 f，f' であろう．その他のカメラに固有パラメータはあらかじめ校正しておくことができる．また今日のカメラでは標準値，すなわち光軸点（光軸の通過点）がフレームの中心にあり，アスペクト比（画素の縦横比）が 1，歪み角（画素の行と列のなす角）が 90° と仮定してもほとんど問題ないと思われる．しかし焦点距離（ズーム）は撮影のたびに変化することが多い．

焦点距離以外が標準値のとき，基礎行列 $\boldsymbol{F}$ から焦点距離 f，f' を計算する方法はいろいろ提案され，解が定まらない退化の条件も解析されている[2),5),12),21),26)]．実際の計算には Bougnoux の式[2] を書き直した次式[12] が便利である．

$$f = \frac{f_0}{\sqrt{1+x}}, \qquad f' = \frac{f_0}{\sqrt{1+y}} \tag{8}$$

$$x = \frac{\|\boldsymbol{F}\boldsymbol{k}\|^2 - (\boldsymbol{k}, \boldsymbol{F}\boldsymbol{F}^\top\boldsymbol{F}\boldsymbol{k})\|\boldsymbol{e}'\times\boldsymbol{k}\|^2/(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{F}\boldsymbol{k})}{\|\boldsymbol{e}'\times\boldsymbol{k}\|^2\|\boldsymbol{F}^\top\boldsymbol{k}\|^2 - (\boldsymbol{k}, \boldsymbol{F}\boldsymbol{k})^2}$$

$$y = \frac{\|\boldsymbol{F}^\top\boldsymbol{k}\|^2 - (\boldsymbol{k}, \boldsymbol{F}\boldsymbol{F}^\top\boldsymbol{F}\boldsymbol{k})\|\boldsymbol{e}\times\boldsymbol{k}\|^2/(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{F}\boldsymbol{k})}{\|\boldsymbol{e}\times\boldsymbol{k}\|^2\|\boldsymbol{F}\boldsymbol{k}\|^2 - (\boldsymbol{k}, \boldsymbol{F}\boldsymbol{k})^2} \tag{9}$$

ただし $\boldsymbol{e}$，$\boldsymbol{e}'$ はそれぞれ $\boldsymbol{F}^\top$，$\boldsymbol{F}$ の固有値 0 の単位固有ベクトルであり，それぞれ第 1，第 2 画像のエピ極点の位置を表す[4]．また $\boldsymbol{k} = (0, 0, 1)^\top$ と置いた．

6. 焦点距離の変換

焦点距離 f，f' を用いて $\hat{\boldsymbol{x}}$，$\hat{\boldsymbol{x}}'$ を次のように変換する．

$$\hat{\boldsymbol{x}} \leftarrow \mathrm{diag}\Big(\frac{f_0}{f}, \frac{f_0}{f}, 1\Big)\hat{\boldsymbol{x}},$$

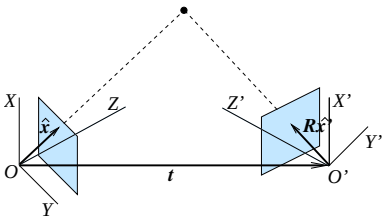


図 2 カメラ位置と奥行きの関係
Fig. 2 The camera positions and the depths.

$$\hat{\boldsymbol{x}}' \leftarrow \mathrm{diag}\Big(\frac{f_0}{f'}, \frac{f_0}{f'}, 1\Big)\hat{\boldsymbol{x}}' \tag{10}$$

これは式 (1) の焦点距離の近似値 f_0 を真値 f，f' に取り換えるものである．この結果 $\hat{\boldsymbol{x}}$，$\hat{\boldsymbol{x}}'$ は運動前後のカメラのレンズ中心から見たその点の視線方向と解釈できる．これらの（正規化事後）共分散行列と（正規化）相関行列も次のように変換される．

$$V_0[\hat{\boldsymbol{x}}] \leftarrow \frac{f_0^2}{f^2}V_0[\hat{\boldsymbol{x}}], \qquad V_0[\hat{\boldsymbol{x}}'] \leftarrow \frac{f_0^2}{f'^2}V_0[\hat{\boldsymbol{x}}']$$

$$V_0[\hat{\boldsymbol{x}}, \hat{\boldsymbol{x}}'] \leftarrow \frac{f_0^2}{ff'}V_0[\hat{\boldsymbol{x}}, \hat{\boldsymbol{x}}'] \tag{11}$$

7. 運動パラメータの計算

焦点距離 f，f' が定まれば基本行列が次のように定まる[12),23),28)]．

$$\boldsymbol{E} = \mathrm{diag}\Big(1, 1, \frac{f_0}{f}\Big)\boldsymbol{F}\,\mathrm{diag}\Big(1, 1, \frac{f_0}{f'}\Big) \tag{12}$$

これから運動パラメータ $\{\boldsymbol{t}, \boldsymbol{R}\}$ が次のように定まる[8),10)]．

(1) $\boldsymbol{E}\boldsymbol{E}^\top$ の最小固有値に対する単位固有ベクトルを $\boldsymbol{t}$ とする．

(2) 次のように $-\boldsymbol{t}\times\boldsymbol{E}$ の特異値分解を行う．

$$-\boldsymbol{t}\times\boldsymbol{E} = \boldsymbol{V}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{U}^\top \tag{13}$$

(3) 回転行列 $\boldsymbol{R}$ を次のように定める．

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{V}\,\mathrm{diag}(1, 1, \det\boldsymbol{V}\boldsymbol{U}^\top)\boldsymbol{U}^\top \tag{14}$$

ステップ（2）の $\boldsymbol{t}\times\boldsymbol{E}$ は $\boldsymbol{t}$ と $\boldsymbol{E}$ の各列とのベクトル積を列とする行列である．式 (13) の $\boldsymbol{V}$，$\boldsymbol{U}$ は直交行列であり，$\boldsymbol{\Lambda}$ は特異値を大きさの順に並べた対角行列である．

ステップ（1）の $\boldsymbol{t}$ には符号の不定性がある．これは補正した全特徴点 $\hat{\boldsymbol{x}}_\alpha$，$\hat{\boldsymbol{x}}'_\alpha$，$\alpha = 1, ..., N$ を用いて次の不等式を満たすように定める[8),10)]．

$$\sum_{\alpha=1}^{N} |\boldsymbol{t}, \hat{\boldsymbol{x}}_\alpha, \boldsymbol{E}\hat{\boldsymbol{x}}'_\alpha| > 0 \tag{15}$$

ただし $|\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}|$ はベクトル $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ のスカラ三重積である．

8. 奥行きの計算

第 1，第 2 画像のカメラ座標系の原点（レンズの中心）から光軸に平行に測った奥行き距離をそれぞれ Z，Z' と

する．第 2 画像のカメラ座標系は第 1 画像のカメラ座標系に相対的に $\boldsymbol{R}$ だけ回転しているから，ベクトル $\hat{\boldsymbol{x}}'$ は第 1 画像のカメラ座標系から見ると $\boldsymbol{R}\hat{\boldsymbol{x}}'$ である．したがって次の関係が成り立つ（図 **2**）．

$$Z\hat{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{t} + Z'\boldsymbol{R}\hat{\boldsymbol{x}}' \tag{16}$$

両辺と $\boldsymbol{R}\hat{\boldsymbol{x}}'$ とのベクトル積をとると Z' が消去され，両辺と $\hat{\boldsymbol{x}}$ とのベクトル積をとると Z が消去される．整理すると次式を得る[8),10)]．

$$Z = (\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{R}\hat{\boldsymbol{x}}', \boldsymbol{n}), \quad Z' = (\boldsymbol{t} \times \hat{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{n}) \tag{17}$$

ただし次のように置いた．

$$\boldsymbol{n} = \frac{\hat{\boldsymbol{x}} \times \boldsymbol{R}\hat{\boldsymbol{x}}'}{\|\hat{\boldsymbol{x}} \times \boldsymbol{R}\hat{\boldsymbol{x}}'\|^2} \tag{18}$$

ここで符号の選択を行う．式 (15) は単に Z，Z' が同符号となる条件であり，Z，$Z' > 0$ または Z，$Z' < 0$ のどちらかになっている．この不定性は，基礎行列 $\boldsymbol{F}$ が定数倍を除いて定まるため符号が不定であり，したがって基本行列 $\boldsymbol{E}$ の符号も不定であるためである．これはシーンがカメラの前方にあっても後方にあっても数学的には同じ透視変換の式となることに起因する．そこで各点 $\hat{\boldsymbol{x}}_\alpha$，$\alpha = 1, ..., N$ の奥行き $\hat{Z}_\alpha$，$\hat{Z}'_\alpha$ を計算し，

$$\sum_{\alpha=1}^{N} (\mathrm{sgn}[\hat{Z}_\alpha] + \mathrm{sgn}[\hat{Z}'_\alpha]) < 0 \tag{19}$$

であれば $\hat{Z}_\alpha$，$\hat{Z}'_\alpha$ および $\boldsymbol{t}$ の符号を換える．ただし $\mathrm{sgn}[\cdot]$ は符号関数であり，$x > 0, x = 0, x < 0$ に応じて $1, 0, -1$ をとる．符号関数を用いるのは，単に $\sum_{\alpha=1}^{N}(\hat{Z}_\alpha + \hat{Z}'_\alpha)$ を計算すると遠方の点の奥行きが誤差のために $-\infty$ に近い値になることがあり，正しい解が選ばれない可能性があるためである[8),10)]．

9. 3 次元復元の信頼性評価 1

奥行き Z の推定値 $\hat{Z}$ から 3 次元位置 $\hat{\boldsymbol{r}}$ が第 1 カメラ座標系に関して次のように定まる．

$$\hat{\boldsymbol{r}} = \hat{Z}\hat{\boldsymbol{x}} \tag{20}$$

この正規化共分散行列は次のように書ける[9),10)]．

$$V_0[\hat{\boldsymbol{r}}] = \hat{Z}^2 V_0[\hat{\boldsymbol{x}}] + 2\hat{Z}S[V_0[\hat{Z}, \hat{\boldsymbol{x}}]\hat{\boldsymbol{x}}^\top] + V_0[\hat{Z}]\hat{\boldsymbol{x}}\hat{\boldsymbol{x}}^\top \tag{21}$$

$S[\cdot]$ は対称化を表す（$S[\boldsymbol{A}] = (\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^\top)/2$）．$\hat{\boldsymbol{x}}$ の（正規化事後）共分散行列 $V_0[\hat{\boldsymbol{x}}]$ は式 (11) の第 1 式で与えられる．$\hat{Z}$ の正規化分散 $V_0[\hat{Z}]$ と $\hat{Z}$，$\hat{\boldsymbol{x}}$ の正規化相関ベクトル $V_0[\hat{Z}, \hat{\boldsymbol{x}}]$ は式 (17) より次のようになる[9),10)]．

$$\begin{aligned} V_0[\hat{Z}] = \frac{1}{\|\hat{\boldsymbol{x}} \times \boldsymbol{R}\hat{\boldsymbol{x}}'\|^2} \Big(& \hat{Z}^2(\boldsymbol{m}, V_0[\hat{\boldsymbol{x}}]\boldsymbol{m}) \\ & -2\hat{Z}\hat{Z}'(\boldsymbol{m}, V_0[\hat{\boldsymbol{x}}, \hat{\boldsymbol{x}}']\boldsymbol{R}^\top\boldsymbol{m}) \\ & +\hat{Z}'^2(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{R}V_0[\hat{\boldsymbol{x}}']\boldsymbol{R}^\top\boldsymbol{m}) \Big) \end{aligned} \tag{22}$$

$$V_0[\hat{Z}, \hat{\boldsymbol{x}}] = -\frac{(\hat{Z}V_0[\hat{\boldsymbol{x}}] - \hat{Z}'V_0[\hat{\boldsymbol{x}}, \hat{\boldsymbol{x}}']\boldsymbol{R}^\top)\boldsymbol{m}}{(\boldsymbol{m}, \hat{\boldsymbol{x}})} \tag{23}$$

ただし次のように置いた．

$$\boldsymbol{m} = N[\boldsymbol{t} \times \hat{\boldsymbol{x}}] \times \boldsymbol{R}\hat{\boldsymbol{x}}' \tag{24}$$

$N[\cdot]$ は単位ベクトルへの正規化を表す（$N[\boldsymbol{a}] = \boldsymbol{a}/\|\boldsymbol{a}\|$）．

10. 3 次元復元の信頼性評価 2

前章までは基礎行列 $\boldsymbol{F}$ を正しいと仮定し，式 (4) の最適補正を行い，$\boldsymbol{F}$ の分解によって得られた f，f' によって式 (10) の変換を行い，$\boldsymbol{F}$ から計算した運動パラメータ $\{\boldsymbol{t}, \boldsymbol{R}\}$ を用いて式 (17) から奥行きを計算した．そして特徴点の位置 $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{x}'$ に含まれる誤差の復元位置 $\hat{\boldsymbol{r}}$ に及ぼす影響を評価したのが式 (21) の正規化共分散行列 $V_0[\hat{\boldsymbol{r}}]$ である．

“正規化” というのは誤差の絶対量 ϵ（ノイズレベル）を 1 とするという意味であり，ϵ の推定値 $\hat{\epsilon}$ は $\boldsymbol{F}$ をくりこみ法で計算する過程から自動的に計算される[18)]．したがって絶対的な共分散行列は $\hat{\epsilon}^2 V_0[\hat{\boldsymbol{r}}]$ となる．

しかし，基礎行列 $\boldsymbol{F}$ もデータから計算した以上誤差が含まれている．実際，その精度を “共分散テンソル” によって評価できる[18)]．しかし，それから f，f'，$\{\boldsymbol{t}, \boldsymbol{R}\}$ の誤差とそれらの相関を厳密に解析すると非常に複雑になる．そこで次のようにする．

3 章に述べたように基礎行列の計算から自動的に標準偏位 $\boldsymbol{F}^{(\pm)}$ が計算される．これから対応する $f^{(\pm)}$，$f'^{(\pm)}$，$\{\boldsymbol{t}^{(\pm)}, \boldsymbol{R}^{(\pm)}\}$ を計算し，復元した 3 次元位置を $\boldsymbol{r}^{(\pm)}$ とする．そして基礎行列の誤差の影響を 2 点 $\boldsymbol{r}^{(+)}$，$\boldsymbol{r}^{(-)}$ を結ぶ線分で近似する．推定値 $\hat{\boldsymbol{r}}$ は第 1 近似ではこれらの中点にあるから $(\boldsymbol{r}^{(+)} - \hat{\boldsymbol{r}})(\boldsymbol{r}^{(+)} - \hat{\boldsymbol{r}})^\top$ が共分散行列と見なせる．したがって $\boldsymbol{r}^{(+)}$ のみ計算すればよい．

式 (21) は各特徴点の位置 $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{x}'$ の誤差がその点の復元位置 $\hat{\boldsymbol{r}}$ に及ぼす影響を記述するものであり，その関係は直接的である．しかし基礎行列 $\boldsymbol{F}$ はすべての特徴点から計算するので，個々の特徴点の誤差との相関は小さいと期待される．そこで最終的な 3 次元復元の共分散行列を，第 1 近似として 1 つの要因のみに誤差を考慮した項の和として次のように評価する．

$$V[\hat{\boldsymbol{r}}] = \hat{\epsilon}^2 V_0[\hat{\boldsymbol{r}}] + (\boldsymbol{r}^{(+)} - \hat{\boldsymbol{r}})(\boldsymbol{r}^{(+)} - \hat{\boldsymbol{r}})^\top \tag{25}$$

省略された項は両者の積またはそれ以上のオーダの微小量となる．誤差の分布を正規分布で近似すると，復元した点 $\hat{\boldsymbol{r}}$ を中心として各方向に標準偏差以下の点が次の楕円体の内部（標準領域）となる[10)]．

$$(\boldsymbol{r} - \hat{\boldsymbol{r}}, V[\hat{\boldsymbol{r}}]^{-1}(\boldsymbol{r} - \hat{\boldsymbol{r}})) = 1 \tag{26}$$

このような評価が実際の解の不確定性を近似していることは種々の幾何学的あてはめ問題においてシミュレーションにより確認されている[10)]．

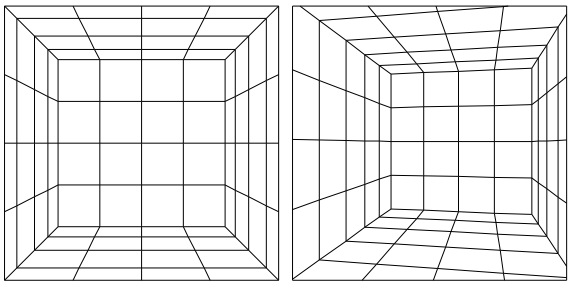
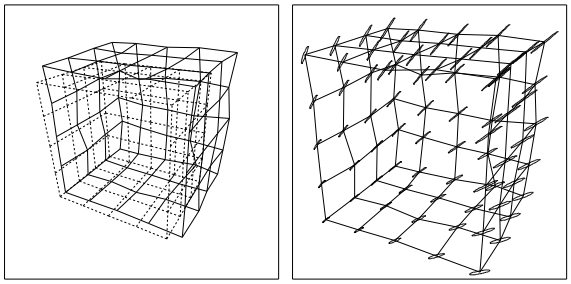


図 3 3 次元シーンのシミュレーション画像
Fig. 3 Simulated images of a 3-D scene.



(a) (b)

図 4 (a) 復元した形状 (実線) と真の形状 (破線) . (b) 格子点の標準領域
Fig. 4 (a) Reconstructed shape (solid lines) and the true shape (broken lines). (b) The standard regions of the grid points.

11. シミュレーション実験

図 3 は格子状の環境モデルのシミュレーション画像である (512×512 画素) . 各格子点の x , y 座標に期待値 0 , 標準偏差 3 (画素) の正規乱数を独立に加えて , これを対応点として式 (3) のデフォルト誤差モデルを用いて 3 次元復元を行った .

図 4(a) は復元した形状 (実線) に真の形状 (点線) を $\|\boldsymbol{t}\| = 1$ となるスケールで重ね , 斜め上からながめたものである . 図 4(b) は復元点を中心とし , 式 (26) の標準領域を 3 倍して表示したものである . これらが非常に細長いのは誤差が奥行き方向に大きいことを意味する . またカメラから遠い点ほど誤差が大きい . 図 4(a) と比較すると , 真の位置とのずれを近似的に表している .

ただし確率分布としての共分散行列の意味からはやや過小評価のようである . 誤差を変えて何回か実験を行ってもこの程度のずれはつねに生じる . これは高次の項を省略したこと , および基礎行列の分散を標準偏位で代表させたと思われる . 一般に厳密な誤差評価は困難な問題であるが , おおまかな傾向や分散の大小比較にはこのような評価で十分役に立つであろう .

12. 実画像実験

図 5 の室内シーンの実画像 (512×768 画素) から手で図中に示した特徴点を選んで対応づけ , その画像座標値

図 5 室内シーンの実画像
Fig. 5 Real images of an indoor scene.

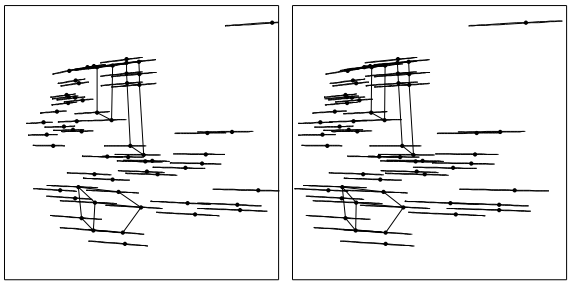
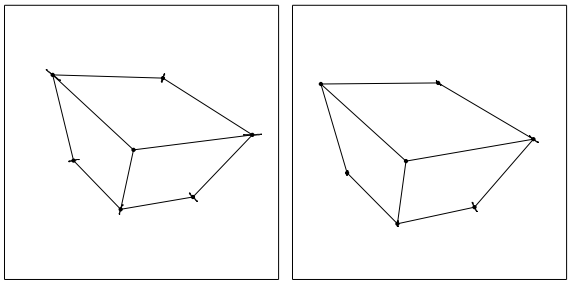


図 6 復元した点とそれらの標準領域 (ステレオグラム)
Fig. 6 Reconstructed points and their standard regions (stereogram).



(a) (b)

図 7 頂点の標準領域 . (a) 重心と平均寸法の正規化 . (b) 3 点の正規化
Fig. 7 Standard regions of the vertices. (a) Normalization of the centroid and the size. (b) Normalization of the three vertices.

に式 (3) のデフォルト誤差モデルを用いて 3 次元復元を行った . 図 6 は復元した特徴点を横からながめたステレオグラムである . 各復元点を中心に式 (26) の標準領域を表示し , シーン中の一部はワイヤフレーム表示した .

これを見ると物体の形状が奥行き方向に非常に不確定に思える . しかし , これはカメラの並進の不確定さが原因で , 形状自体はそれほど不確定ではない . これを見るためにシーン中の多面体物体を取り出し , その重心を原点とし , 各頂点までの距離の平方平均二乗が 1 となるスケールで表示したのが図 7(a) である . 図 6 に比べて標準領域がきわめて小さい . 図 7(b) は 3 頂点を選び , 1 つが原点に , もう 1 つが $(1,0,0)$ に , 残りが XY 面上にくるような座標系をとったものである . 定義より原点と $(1,0,0)$ とした点には不確定性がなく , それらには標準領域が存在しない .

このように復元形状は同一でも , どのような正規化 (ゲージ) を用いるかによって信頼性評価が変化する . こ

表 1 辺の長さの比となす角度の信頼性
Table 1 Reliability of the ratio of edge lengths and the angle.

	計算値	実測値	理論的標準偏差
比	1.014	1.000	0.003
角度 (deg)	96.5	90.0	2.4

れを体系的に記述するゲージ理論[13),19)] によると，不確定性の記述は正規化に依存して絶対的意味は持たず，絶対的な意味を持つのは正規化の変化 (ゲージ変換) に不変な量 (ゲージ不変量) の不確定性である．代表的なゲージ不変量は長さの比と角度である．

表 1 に図 7 の 3 次元復元から計算した物体の上部手前の 2 辺の長さの比とそれらのなす角を示す．そして，実際に物指しで測った実測値および式 (25) から予測した理論的標準偏差を示す．3 次元復元の信頼性評価ではこのようなゲージ不変量に関する不確定性の記述のみが意味を持つ．表 1 の理論的標準偏差は実測値からのずれを過小評価しているが，この原因も図 4 と同様に，高次の項を省略し，基礎行列の分散を標準偏位で代表したためと思われるが，それ以外に 3 次元復元した点と実測した点とにくいちがいがあることも考えられる．これについては今後さらなる研究が必要である．

図 8 の乗用車の実画像 (512×768 画素) から手で図中に示した特徴点を選んで対応づけ，その画像座標値に式 (3) のデフォルト誤差モデルを用いて 3 次元復元を行った．図 9 は復元した特徴点からワイヤフレームモデルを作り，テクスチャマッピングを施したものである．カメラから遠い部分はあまり正確とはいえないが，カメラに近い部分はほぼ正しく表示されている．

13. おわりに

本論文では VR 応用のために，焦点距離が未知のカメラで撮影した 2 画像の対応点から統計的に最適な 3 次元復元を行うとともに，復元形状の信頼性を評価した．まず対応点から基礎行列を最適に計算し，それを焦点距離と運動パラメータに分解した．そして対応点がエピ極線方程式を厳密に満たすように最適に補正し，3 次元位置を復元して，その共分散行列を第 1 近似により評価した．シミュレーションおよび実画像実験によって本システムの有効性を検証し，不定性を除去する正規化 (ゲージ) の不確定性の記述に与える影響を考察した．

近年さかんな自己校正法では長い画像系列を用いるので精度が非常に高いが[2),22)]，画像間の対応づけ処理が複雑であり，ある程度の誤対応が避けられない．人手で対応づけするには手間がかかりすぎる．それに対して本システムは 2 画像しか用いないので撮影も簡単で，対応点をマウスクリックすれば以降の計算や表示はすべて自動的に実行され，計算量も少ない．2 画像間の変位をオプティカルフローと見なしても同様な 3 次元復元ができるが，同じデータで比較すると精度が劣るようである[14)]．

実画像実験ではカメラ校正は行わず，焦点距離以外は

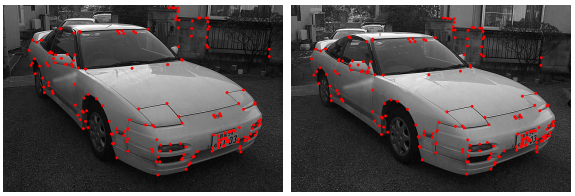


図 8 乗用車の実画像
Fig. 8 Real images of a car.

図 9 復元した乗用車の 3 次元形状
Fig. 9 3-D reconstruction of the car.

標準値としたが，この影響はきわめて小さい．最大の問題点は画像の撮影条件にある．基礎行列が定まるためにはシーンにある程度奥行きがなければならないので[8),10)]，平面に近いシーン (テーブル上の小物体や建物の 1 つの面など) では精度が低下する．また焦点距離が定まるためにはカメラの光軸をねじれの位置に移動させなければならないが[12),21),26)]，人間にとって物体上の 1 点を注視するようにカメラを移動するのが自然であり，これによって精度が低下する．

これを解決するには画像からシーンが平面に近いか，あるいはカメラが注視運動をしているかを自動的に判定し，平面物体用[15)] あるいは注視運動用[27)] のアルゴリズムに切り換える必要がある．その判定には幾何学的 AIC[10),11)] などのモデル選択規準が有効と考えられる．これは今後の課題である．

謝辞 有益な討論をいただいた群馬大学の太田直哉助教授，米国 CMU の D.D. Morris 博士，オーストラリア Murdoch 大学の D. Huyhn 博士，(株) 朋栄の松永力氏，産業技術研究所の植芝俊夫氏に感謝する．本研究の一部は文部省科学研究費基盤研究 C (2) (No.13680432) によった．

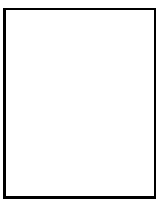
参考文献

1) Bober, M., Geogis, N. and Kittler, J.: On accurate and robust estimation of fundamental matrix, *Comput. Vision Image Understanding*, Vol.72, No.1, pp.39–53 (1998).
2) Bougnoux, S.: From projective to Euclidean space under any practical situation, a criticism of self calibration, *Proc. 6th Int. Conf. Comput. Vision.*, Bombay, India, pp.790–796 (1998).
3) Csurka, G., Zeller, C., Zhang, Z. and Faugeras, O.D.: Characterizing the uncertainty of the fundamental matrix, *Comput. Vision Image Understanding.*, Vol.68, No.1, pp.18–36 (1997).
4) Faugeras, O.D.: *Three-Dimensional Computer*

Vision: A Geometric Viewpoint, MIT Press, Cambridge, MA, U.S.A. (1993)
5) Hartley, R.I.: Estimation of relative camera positions for uncalibrated cameras, *Proc. 2nd Euro. Conf. Comput. Vision*, Santa Margherita Ligure, Italy, pp.579–587 (1992).
6) Hartley, R.I.: In defense of the eight-point algorithm, *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell.*, Vol.97, No.6, pp.580–593 (1997).
7) Hartley, R.I. and Sturm, P.: Triangulation, *Comput. Vision Image Understanding*, Vol.68, No.2, pp.146–157 (1997).
8) Kanatani, K.: *Geometric Computation for Machine Vision*, Oxford University Press, Oxford (1993).
9) Kanatani, K.: Renormalization for motion analysis: Statistically optimal algorithm, *IEICE Trans. Inf. & Sys.*, Vol.E77-D, No.11, pp.1233–1239 (1994).
10) Kanatani, K.: *Statistical Optimization for Geometric Computation: Theory and Practice*, Elsevier, Amsterdam (1996).
11) 金谷健一：自己評価を伴うアクティブビジョン，日本ロボット学会誌，Vol.15, No.2, pp.268–274 (1997).
12) 金谷健一，松永力：基礎行列の分解：焦点距離の直接的表現，情報処理学会研究報告，2000-CVIM-120-7, pp.49–56 (2000).
13) Kanatani, K. and Morris, D.D.: Gauges and gauge transformations for uncertainty description of geometric structure with indeterminacy, *IEEE Trans.Information Theory*, Vol.47 (2001).
14) 金谷健一，太田直哉，清水慶行，未校正カメラによるオプティカルフローからの3次元復元とその信頼性評価，電子情報通信学会論文誌 D-II，Vol.J, No.8 (2001).
15) Kanatani, K. and Takeda, S.: 3-D motion analysis of a planar surface by renormalization, *IEICE Trans. Inf. & Syst.*, Vol.E78-D, No.8, pp.1074–1079 (1995).
16) 金澤 靖，金谷健一：画像の特徴点に共分散行列は本当に必要か？，情報処理学会研究報告，2001-CVIM-126-1, pp.1–8 (2001).
17) Luong, Q.-T. and Faugeras, O. D.: Self-calibration of a moving camera from point correspondences and fundamental matrices, *Int. J. Comput. Vision*, Vol.23, No.3, pp.261–289 (1997).
18) 三島 等，金谷健一：基礎行列の最適計算とその信頼性評価，情報処理学会研究報告，99-CVIM-118-10, pp.67–74 (1999).
19) Morris, D.D., Kanatani, K. and Kanade, T.: Uncertainty modeling for optimal structure from motion, *IEEE Workshop on Vision Algorithm: Theory and Practice*, Corfu, Greece, pp.33–40 (1999).
20) Mühlich, M. and Mester, R.: The role of total least squares in motion analysis, *Proc. 5th Euro. Conf. Comput. Vision*, Freiburg, Germany, Vol.2, pp. 305–321 (1998).
21) Newsam, G.N., Huynh, D.Q., Brooks, M.J. and Pan, H.-P.: Recovering unknown focal lengths in self-calibration: An essentially linear algorithm and degenerate configurations, *Int. Arch. Photogram. Remote Sensing*, Vol.31-B3, No.III, Vienna, Austria, pp. 575–580 (1996).
22) Pollefeys, M., Koch, R. and Van Gool, L.: Self-calibration and metric reconstruction in spite of varying and unknown internal camera parameters, *Int. J. Comput. Vision*, Vol.32, No.1, pp.7–26 (1999).
23) 佐藤淳: コンピュータビジョン—視覚の幾何学—, コロナ社 (1999).
24) Torr, P.H.S. and Zissermann, A.: Performance characterization of fundamental matrix estimation under image degradation, *Mach. Vision Appl.*, Vol.9, pp.321–333 (1997).
25) Torr, P.H.S. and Zisserman, A.: Robust detection of degenerate configurations while estimating the fundamental matrix, *Comput. Vision Image Understanding*, Vol.71, No.3, pp.312–333 (1998).
26) 植芝俊夫，富田文明：焦点距離が未知のステレオカメラによる三次元復元，情報処理学会研究報告，99-CVIM-119-1, pp.1–8 (1999).
27) 植芝俊夫，富田文明：注視運動下での2枚の画像からのセルフキャリブレーション，画像の認識・理解シンポジウム講演論文集，Vol.1, pp.415–420 (2000).
28) 徐剛，辻三郎：3次元ビジョン，共立出版 (1998).
29) Zhang, Z.: Determining the epipolar geometry and its uncertainty: A review, *Int. J. Comput. Vision*, Vol.27, No.2, pp.161–195 (1998).
30) Zhang, Z.: On the optimization criteria used in two-view motion analysis, *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell.*, Vol.20, No.7, pp.717–729 (1998).

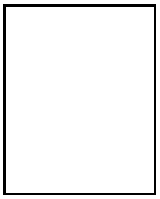
(平成12年9月14日受付)
(平成13年1月17日採録)

(担当編集委員 角 保志)



金谷 健一 (正会員)

1947年岡山県生．1972年東京大学工学部計数工学科(数理工学)卒業．1979年同大学院博士課程修了．工学博士．群馬大学工学部情報工学科教授を経て，現在，岡山大学工学部情報工学科教授．米国 Maryland 大学，デンマーク Copenhagen 大学，英国 Oxford 大学，フランス INRIA 客員研究員歴任．



三島 等

1975年島根県生．1998年群馬大学工学部情報工学科卒業．2000年同大学院修士課程修了．同年(株)スリーディー入社．現在拡張現実感システムの開発に従事．