

対応点を用いない物体の運動認識の理論†

金 谷 健 一††

2次元画像の系列から対象物体の3次元運動を、画像上の対応点を求めることなしに復元する数学的原理を示す。対象物体が平面の場合は、画面上に生じるオプティカルフローが「フローパラメータ」とよぶ8個のパラメータで完全に特徴づけられる。物体の位置、向き、運動はフローパラメータが与えられれば、画像上の座標変換に関する不変量を用いて解析的な理論式で与えられる。それぞれの不変量には物理的意味が存在する。以上より、物体の平面部分に着目して、それぞれの領域でフローパラメータを対応点を用いないで抽出することができれば、対応点を用いない運動認識が可能となる。ここでは「特徴」を用いてフローパラメータを抽出する方法を示す。これは連立一次方程式を解くことに帰着するので計算上の障害はない。特徴として、テキストの異方性に基づくもの、境界線の形状に基づくもの、濃淡に基づくもの、境界線上の線積分や領域内の面積積分に基づくものなどをとりあげる。また、著者が以前に発表した、運動を逐次的に追跡する方法との関連も述べる。

1. ま え が き

3次元運動をする物体を投影した2次元画像上の観測から、もとの物体の3次元形状やその運動を復元しようとする、いわゆる「3次元復元問題」は従来、ふたつの立場から関心が持たれていた。ひとつは人間の視覚認識機構を調べる心理学の立場^{1), 2), 7), 8)}であり、もうひとつはロボットの制御などを目ざすコンピュータビジョンの立場^{3)-6), 9)-15)}である。また方法としては、剛体運動の仮定以外には何のモデルも用いず、特徴点の間の対応関係のみから数値的に計算するような“対応点に基づく方法”^{1), 3)-6)}と、特定のモデル（主として平面）を仮定して、引き起こされるオプティカルフローの大域的な特徴（消失点や無限遠直線など）をも考慮する“フローに基づく方法”^{2), 7)-15)}とに分けられる。最近、金谷¹³⁾⁻¹⁵⁾はコンピュータビジョンの立場から、フローに基づく方法により、対象の位置や向きと運動を数値的アルゴリズムではなく解析的な理論式で与えた。これは、画面上の座標系は本来、任意にとれることから、座標回転に関する不変量を取り出し、これを用いて表したものである。これらの不変量は回転群の既約表現に対応し、それぞれ物理的、幾何学的意味をもつ。

フローに基づく方法は特徴点の対応関係を直接的な形では用いないが、オプティカルフローそのものを得るには微小に変化した画像間の対応を知る必要がある。そのためいろいろな技法が研究されている

が^{11), 16)-19)}、この対応探索は難しい問題をふくみ、時間を要するプロセスであり、3次元復元問題のネックのひとつである。一方、金谷¹⁰⁾⁻¹²⁾は画像の「特徴量」を用いることにより対応点を用いずに3次元運動を計算する方法を示した。しかし、これは既知の初期状態から出発して、運動を逐次的に追跡するものであった。

本論文では金谷の対応点を用いない方法¹⁰⁾⁻¹²⁾を彼の解析的結果¹³⁾⁻¹⁵⁾と組み合わせることにより、対応点を用いない3次元復元問題のより一般的方法が存在することを示し、完成した形で理論を提出する。

2. 3次元復元問題の解析的結果

まず金谷¹³⁾⁻¹⁵⁾によって得られた解析的結果をまとめておく。オプティカルフローが得られたとして、最初にこれを対象の平面、あるいは平面で近似できる領域に分割したとする（たとえば金谷^{13), 14)}の示した方法、あるいはその他の方法による）。そして、以下では、各平面、あるいは平面とみなせる領域に着目する。数学的關係を記述する便宜上、空間に xyz 座標系を固定し、 xy 面が観測している画像面であるとする。対象の面の方程式を $z = px + qy + r$ とする。剛体運動は各瞬間においてある基準点での並進速度とその回りの回転速度とで指定できる。基準点として面と z 軸との交点 $(0, 0, r)$ をとり、そこでの並進速度を (a, b, c) とし、回転速度を $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ とする（すなわち $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ が回転軸方向、 $\sqrt{(\omega_1)^2 + (\omega_2)^2 + (\omega_3)^2}$ (rad/sec) がその回りの右ねじ方向の角速度である）。したがって、面の位置と運動とを指定するパラメータは“グラジエント” p, q 、“絶対距離” r 、“並進速度”

† Structure from Motion without Correspondence: General Principle by KEN-ICHI KANATANI (Department of Computer Science, Gunma University).

†† 群馬大学工学部情報工学科

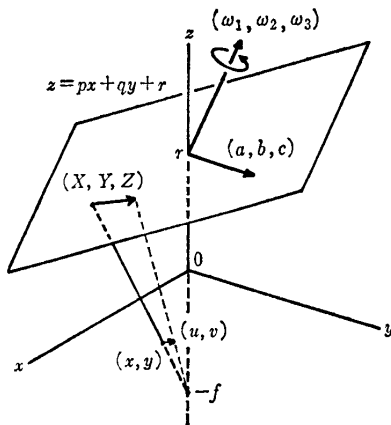


図1 平面 $z=px+qy+r$ の剛体運動は基準点 $(0, 0, r)$ での並進速度 (a, b, c) と回転速度 $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ とで指定される。点 $(0, 0, -f)$ を視点とする中心射影により xy 面上にオプティカルフローが引き起こされる。

Fig. 1 Rigid motion of a plane of equation $z=px+qy+r$ is specified by translation velocity (a, b, c) and rotation velocity $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ at the reference point $(0, 0, r)$. Central projection from viewpoint $(0, 0, -f)$ induces an optical flow on the xy -plane.

a, b, c , “回転速度” $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ の合計9個である (図1)。

2.1 中心射影

z 軸上で xy 面から負のほうへ距離 f だけ離れた点 $(0, 0, -f)$ を“視点”あるいはカメラの“焦点”と考え、空間の点 (X, Y, Z) はそれと視点を結んだ直線が xy 面と交わる点 $x=fX/(f+Z)$, $y=fY/(f+Z)$ へ射影されるとする。距離 f が“焦点距離”に相当している。このとき、上述のように運動している面上の各点は xy 面上に次のようなオプティカルフローを引き起こすことがわかる。

$$\begin{aligned} u &= u_0 + Ax + By + (Ex + Fy)x \\ v &= v_0 + Cx + Dy + (Ex + Fy)y \end{aligned} \quad (2.1)$$

ただし8個のパラメータ (“フローパラメータ”とよぶ) $u_0, v_0, A, B, C, D, E, F$ は次のように表される。

$$\begin{aligned} u_0 &= \frac{fa}{f+r}, \quad v_0 = \frac{fb}{f+r}, \\ A &= p\omega_2 - \frac{pa+c}{f+r}, \\ B &= q\omega_2 - \omega_3 - \frac{qa}{f+r}, \\ C &= -p\omega_1 + \omega_3 - \frac{pb}{f+r}, \\ D &= -q\omega_1 - \frac{qb+c}{f+r}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{f} \left(\omega_2 + \frac{pc}{f+r} \right), \\ F &= \frac{1}{f} \left(-\omega_1 + \frac{qc}{f+r} \right). \end{aligned}$$

すなわち、平面の運動のオプティカルフローは(2.1)式のような8個のパラメータで指定される特殊な形をしている。そして、その8個のフローパラメータが同一であれば異なった3次元運動であっても画像上からはまったく区別ができない。

画像上から8個のフローパラメータが測定できたとすれば、面の位置や運動を表す $p, q, r, a, b, c, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ は非線形連立方程式(2.2)を解いて得られることになる。これは金谷¹⁴⁾によって次のように与えられた。まず、得られたフローパラメータ $u_0, v_0, A, B, C, D, E, F$ より次の量を計算する。

$$\begin{aligned} U_0 &= u_0 + iv_0, \\ T &= A + D, \quad R = C - B, \\ S &= (A - D) + i(B + C), \\ K &= E + iF. \end{aligned} \quad (2.3)$$

ここに i は虚数単位であり、 U_0, S, K は一般に複素数である。また $P = p + iq, V = a + ib, W = \omega_1 + i\omega_2$ と定義すれば、求めるものは P, r, V, c, W, ω_3 である。これらは次のように与えられる。

$$\begin{aligned} V &= (f+r)U_0/f, \\ c(c') &= (f+r)c', \\ P(c') &= \frac{1}{2c'} \left(fK - \frac{U_0}{f} \pm \sqrt{\left(fK - \frac{U_0}{f} \right)^2 - 4c'S} \right), \\ W(c') &= \frac{i}{2} \left(fK - \frac{U_0}{f} \mp \sqrt{\left(fK - \frac{U_0}{f} \right)^2 - 4c'S} \right) \\ &\quad + \frac{iU_0}{f}, \\ \omega_3(c') &= \frac{1}{2} \left(R + \operatorname{Re} \left[P(c') \left(W(c')^* + \frac{iU_0^*}{f} \right) \right] \right), \\ c' &= -\frac{1}{2} \left(T + \operatorname{Im} \left[P(c') \left(W(c')^* + \frac{iU_0^*}{f} \right) \right] \right). \end{aligned} \quad (2.4)$$

ただし $\operatorname{Re}[\cdot]$ と $\operatorname{Im}[\cdot]$ はそれぞれ実部、虚部を表し、 $*$ は複素共役を表す。上式で c, P, W, ω_3 は c' の関数として表されている。最後の式が c' を決める方程式であり、これは $c' \neq 0$ なる解をただひとつもつことが証明できる¹⁴⁾。したがって、これを数値的に解くのは容易である(たとえば反復法)。以上より次のことがわかる。(i) 絶対距離 r は不定である。(ii) $a/(f+r), b/(f+r), c/(f+r)$ は一意的に定まる。(iii) $p, q, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ はふた組の解をもち、ひと組は真

の解であり、他は“にせの解”である。しかし、同一物体のふたつ以上の平面領域を観測すれば、 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ が共通でなければならないことより、にせの解を除くことができる¹⁴⁾。

にせの解の存在は最近 Longuet-Higgins⁷⁾ が指摘しているが、パラメータのとり方が本論文と異なっており、3次元の行列の計算に基づいている。ほかにも点の対応関係を直接に用いて数値的に3次元復元を行う方法が知られているが³⁾⁻⁵⁾、このような解析的な表現は知られていなかった。

2.2 平行射影の近似

(2.2)式で焦点距離 f を大きくし、 $f \rightarrow \infty$ の極限をとると、次のような“平行射影”の近似を得る。

$$\begin{aligned} u_0 &= a, & v_0 &= b, \\ A &= p\omega_2, & B &= q\omega_2 - \omega_3, \\ C &= -p\omega_1 + \omega_3, & D &= -q\omega_1 \\ E &= 0, & F &= 0. \end{aligned} \tag{2.5}$$

これは焦点距離の長いレンズで撮影した場合、あるいは物体の大きさが視点からの距離に比べて小さい場合に相当する。(2.5)式の解は金谷¹³⁾ によって次のように解析的に与えられた。

$$\begin{aligned} V &= V_0 \\ \omega_3 &= \frac{1}{2} (R \pm \sqrt{|S|^2 - T^2}) \\ P &= \frac{S}{k} e^{i(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \arg(S) + \frac{1}{2} \arg(2\omega_3 - (R+iT)))} \tag{2.6} \\ W &= k e^{i(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \arg(S) - \frac{1}{2} \arg(2\omega_3 - (R+iT)))} \end{aligned}$$

ここで k は不定の形状因子である。これから次のことがわかる。(i) z 軸方向の速度 c と絶対距離 r は不定である。(ii) 不定の形状因子 k が含まれている。(iii) P, W, ω_3 にはふた組の解が存在し、ひと組は真の解であり、他はにせの解である。しかし、同一物体のふたつ以上の平面領域を観測すれば、 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ が共通でなければならないことより、にせの解を除くことができる¹³⁾。不定の形状因子が含まれることは杉原ら⁶⁾ によっても指摘されていた。また、点の対応関係に基づく解法も考えられていたが¹⁾、にせの解も含んだ形で解析的に解を示したものはなかった。

2.3 疑似平行射影の近似

(2.2)式で f はそのままにし、 $f^2 \rightarrow \infty$ とすると、 E と F の式がそれぞれ

$$E = \omega_2/f, \quad F = -\omega_1/f \tag{2.7}$$

によって置き換わる。これは中心射影と平行射影の間的なものとみなせる。これを“疑似平行射影”の近

似とよぶことにする。このとき解は次のようになる。

$$\begin{aligned} V &= (f+r)U_0/f, \\ W &= ifK, \quad P = \frac{S}{fK - \frac{U_0}{f}}, \\ \omega_3 &= \frac{1}{2} (R + \text{Re} [P(W^* + \frac{iU_0^*}{f})]), \\ c &= -\frac{f+r}{2} (T + \text{Im} [P(W^* + \frac{iU_0^*}{f})]). \end{aligned} \tag{2.8}$$

すなわち、(i) 絶対距離 r は不定である。(ii) $a/(f+r), b/(f+r), c/(f+r)$ は一意的に定まる。(iii) $p, q, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ は一意的に定まる。形状因子もにせの解

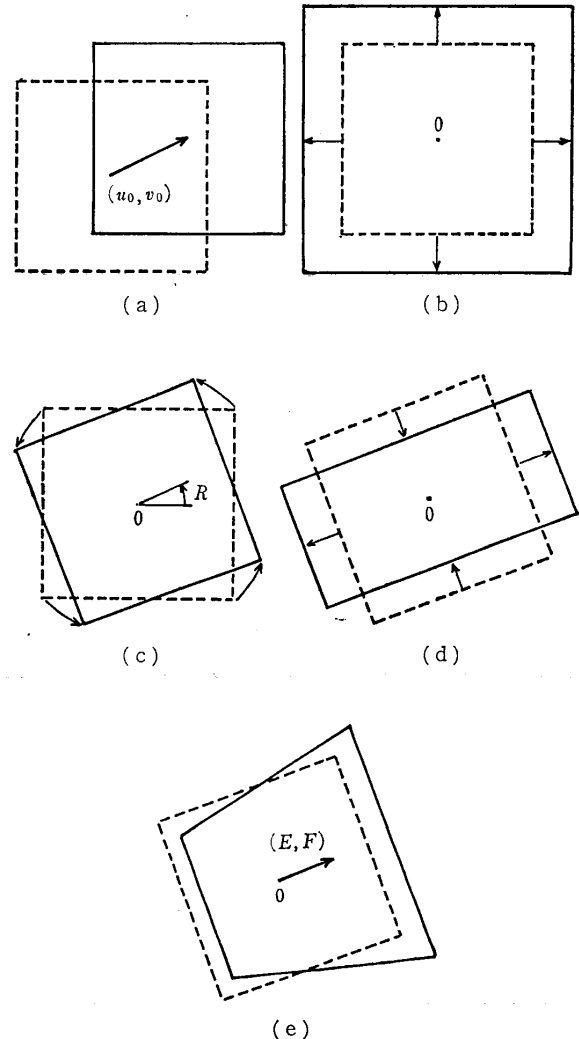


図 2 不変量の幾何学的意味。(a) U_0 は“並進”, (b) T は“発散”, (c) R は“回転”, (d) S は“せん断”, (e) K は“扇状変形”を表す。
Fig. 2 Geometrical meaning of the invariants. (a) U_0 : translation, (b) T : divergence, (c) R : rotation, (d) S : shearing, (e) K : fanning.

も現れないことに注意しよう。

2.4 不変量の幾何学的意味

(2.3)式に示した量は幾何学的意味をもち、 U_0 は“並進”， T は“発散”， R は“回転”， S は“せん断変形”， K は“扇状変形”を表す^{13),14)}(図2)。いま画面上に xy 軸を正の向きに θ だけ回転した新しい $x'y'$ 座標系をとり、これについてこれらの量を計算すると、次のような変換を受けていることがわかる。

$$\begin{aligned} U'_0 &= U_0 e^{-i\theta}, \\ T' &= T, \quad R' = R, \\ S' &= S e^{-2i\theta}, \quad K' = K e^{-i\theta}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

すなわち U_0 と K (および V, P, W もそうであるが) はウェイト-1の(相対)不変量(あるいは“ベクトル”)であり、 S はウェイト-2の(相対)不変量(あるいは“テンソル”)であり、 T と R (および r, c, ω_3 もそうであるが) はウェイト0の(絶対)不変量(あるいは“スカラー”)である。これらの不変量は2次元回転群の既約表現に対応している¹³⁾⁻¹⁵⁾。

3. 特徴抽出によるフローパラメータの推定

前節よりオプティカルフローのフローパラメータさえわかれば3次元復元問題は解けることがわかった。これを対応点を用いず求める方法を考える。 $X(x, y)$ を画像を表す関数とする。濃淡画像であれば濃度を表すものとし、カラーであれば R, G, B に対応したベクトル関数と考えてもよい。また点や線のみから成る特異点をもつ関数であってもよい。このような画像の集合から実数の集合への写像、すなわち汎関数を“特徴”とよぶことにする。 $X(x, y)$ が時刻 t での画像であるとき、画像面上にオプティカルフロー $u(x, y)$, $v(x, y)$ が存在すれば、微小時間後の時刻 $t + \delta t$ での画像は

$$\begin{aligned} X(x - u(x, y)\delta t, y - v(x, y)\delta t) &= X(x, y) \\ -X_x(x, y)u(x, y)\delta t - X_y(x, y)v(x, y)\delta t + \dots \end{aligned} \quad (3.1)$$

となる。ただし X_x, X_y は偏微分を表す。また δt の高次の項は省略した。

いま $F[\cdot]$ をある特徴を表す汎関数とすれば、時刻 t での特徴は $F[X]$ であるが、時刻 $t + \delta t$ ではこれが $F[X] + \mathcal{D}F[X]\delta t + \dots$ (δt の高次の項を省略)と書ける。ここで $\mathcal{D}F[\cdot]$ は $F[\cdot]$ の変化率を表す汎関数であり、一般に(3.1)式の $u(x, y)$, $v(x, y)$ に関して線形である。したがって、オプティカルフローが(2.1)式で与えられれば、特徴 $F[X]$ の変化率

$\mathcal{D}F[X]$ は次のように表せる。

$$\begin{aligned} \mathcal{D}F[X] &= C_1[X]u_0 + C_2[X]v_0 + C_3[X]A \\ &+ C_4[X]B + C_5[X]C + C_6[X]D \\ &+ C_7[X]E + C_8[X]F \end{aligned} \quad (3.2)$$

ここで $C_1[\cdot], \dots, C_8[\cdot]$ はもはやオプティカルフローにはよらず、与えられた汎関数 $F[\cdot]$ のみから導かれる汎関数である。したがって、 $C_1[X], \dots, C_8[X]$ は画像 $X(x, y)$ から直接に計測できる。一方、変化率 $\mathcal{D}F[X]$ も画像から直接に推定できる。たとえば時刻 t での特徴 $F[X]$ の計測値を F_t とし、微小時間後の画像のものを $F_{t+\delta t}$ とすれば $\mathcal{D}F[X] \cong (F_{t+\delta t} - F_t)/\delta t$ である。あるいは観測する画像をふやして、高階の差分による数値微分公式を用いてもよい。したがって、もし8個以上の独立な特徴汎関数 $F_1[\cdot], F_2[\cdot], \dots$ を用意しておけば、フローパラメータ $u_0, v_0, A, B, C, D, E, F$ を未知数とする(3.2)のような式が8個以上得られるから、その連立一次方程式を解くことによって、対応点を用いなくてフローパラメータを知ることができる(方程式の数が8個より多ければ最小二乗法などを用いればよい)。

特徴を用いるという考えは甘利^{20),21)}が提案している。しかし、特徴の計測から $p, q, r, a, b, c, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ を直接に計算しようとすれば複雑な連立非線形方程式を解かねばならず、計算上の困難が生じる⁸⁾。これに対して金谷¹⁰⁾⁻¹²⁾は既知の初期状態から出発して逐次的に運動を追跡するという方法を用いた。このとき方程式は線形になる。しかし、上述のようにフローパラメータを用いた解析的表現を利用すれば、フローパラメータさえ知ればよく、これを特徴から計算することは連立一次方程式を解くことに帰着するので計算上の問題が生じない。これが本研究のポイントである。

3.1 テキスチャの異方性

特徴汎関数としては甘利^{20),21)}や金谷¹⁰⁾⁻¹²⁾のものがそのまま利用できる。まず一様な(等方とは限らない)線要素から成るテキスチャをもつ面を考えよう。このとき観測したテキスチャの異方性(すなわち偏り)から面の3次元情報が引き出せる。この考えは Witkin²²⁾が提案し、金谷¹⁰⁾が「積分幾何学」や「ステレオロジー」として知られる方法²³⁾⁻²⁷⁾とテンソル解析の手法とを結びつけて^{28),29)}、解析的方法を示した。まったく同じ考え方は材料の内部組織の異方性から材料の受けたひずみを推定したり、粒子分散媒質の方向特性を推定したり、岩盤中のクラックの分布を推定する方法として金属学、粉体工学、地質学にも応用

されている³⁰⁾⁻³⁵⁾.

線要素から成るテキスチャをもつ画像が与えられたとする。現れている線要素を長さ無限小の微小線素に仮想的に分割したとする。各微小線素の方向は x 軸からの角度 θ で指定されるが、 θ と $\theta + \pi$ は同じ方向を示すので、どちらか一方をランダムに確率 $1/2$ で選ぶとする。このとき、方向が θ と $\theta + d\theta$ との間にあるような微小線素の長さの合計が単位面積当り $f(\theta) d\theta$ であるように「分布密度」 $f(\theta)$ を定義する。定義より $C_0 = \int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta$ が単位面積当りの線要素の総長であり、分布が等方的であれば $f(\theta) = \text{const.}$ (一様分)

布) となる。分布の等方性からのへだたりがそれほど大きくなければ分布密度 $f(\theta)$ は次のように2次までの Fourier 級数で表せる。

$$f(\theta) = \frac{C_0}{2} [1 + a_2 \cos 2\theta + b_2 \sin 2\theta], \quad (3.3)$$

$$\begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{C_0} \int_0^{2\pi} f(\theta) \begin{bmatrix} \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \end{bmatrix} d\theta.$$

一次の項がないのは定義による対称性 $f(\theta) = f(\theta + \pi)$ のためである。画像上に平行射影によるオプティカルフロー ((2.1)式で $E = F = 0$ としたもの) が存在すれば、分布密度 $f(\theta)$ を特徴づける3個のパラメータ C_0, a_2, b_2 は次のように変化する^{10), 28), 29)}.

$$\mathcal{D} \begin{bmatrix} C_0 \\ a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} C_0(a_2 - 2) & C_0 b_2 & C_0 b_2 & -C_0(a_2 + 2) \\ -(a_2)^2 + 6 & -b_2(a_2 - 4) & -b_2((a_2)^2 + 4) & (a_2)^2 - 6 \\ -a_2 b_2 & -(b_2)^2 - 4a_2 + 6 & -(b_2)^2 + 4a_2 + 6 & a_2 b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

この3個の方程式がそれぞれ(3.2)式に相当しており、 C_0, a_2, b_2 を特徴関数として用いることができる(フローパラメータ A, B, C, D を一意的に定めるにはもうひとつ特徴が必要である)。これらを計測するには、たとえば画像上の線要素を微小線素に分割して、その方向ごとに合計してヒストグラムを作り、 $f(\theta)$ を推定し、 C_0, a_2, b_2 を定義する積分を数値的に実行することが考えられる。しかし、微小線素の方向を正確に捕えるのは難しいし、ヒストグラムの幅の選択も問題である。これらの困難は分布密度 $f(\theta)$ の定義が無限微小線素という極限操作を含んでいるからである。金谷¹⁰⁾は画像上に置いた直線との交点を考えることにより(表面的には)極限操作を含まない方法を示した。 $N(\theta)$ を画像上にランダムに置いた方向 θ の直線とテキスチャとの交点数の直線の単位長さ当りの期待値とすると、これは分布密度 $f(\theta)$ と次のような関係で結ばれている^{10), 29)}.

$$N(\theta) = \int_0^{2\pi} |\sin(\theta - \theta')| f(\theta') d\theta' \quad (3.5)$$

(金谷^{10), 29)} はこれを Buffon 変換とよんでいる。) このことからもし分布密度 $f(\theta)$ が(3.3)式のように表されていれば、交点数 $N(\theta)$ は次のように表されることがわかる^{10), 29)}.

$$N(\theta) = \frac{C_0}{2} [1 + A_2 \cos 2\theta + B_2 \sin 2\theta], \quad (3.6)$$

$$\begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{C_0} \int_0^{2\pi} N(\theta) \begin{bmatrix} \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \end{bmatrix} d\theta,$$

$$C_0 = 4C_0, \quad A_2 = -\frac{a_2}{3}, \quad B_2 = -\frac{b_2}{3}. \quad (3.7)$$

ここで $C_0 = \int_0^{2\pi} N(\theta) d\theta$ は直線の単位長さ当りの交点数の期待値である。やはり対称性 $N(\theta) = N(\theta + \pi)$ より一次の項はない。(3.4)式と(3.7)式から、 C_0, A_2, B_2 の変化率は次のようになる。

$$\mathcal{D} \begin{bmatrix} C_0 \\ A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} = \frac{3}{4} \begin{bmatrix} -C_0 \left(A_2 + \frac{2}{3} \right) & -C_0 B_2 & -C_0 B_2 & C_0 \left(A_2 - \frac{2}{3} \right) \\ (A_2)^2 - \frac{2}{3} & B_2 \left(A_2 + \frac{4}{3} \right) & B_2 \left(A_2 - \frac{4}{3} \right) & -(A_2)^2 + \frac{2}{3} \\ A_2 B_2 & (B_2)^2 - \frac{4}{3} A_2 - \frac{2}{3} & (B_2)^2 - \frac{4}{3} A_2 - \frac{2}{3} & -A_2 B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

これも(3.2)式に相当し、 C_0, A_2, B_2 を特徴関数として用いることができる。これを画像上で直接に計

測するには、間隔一定で方向が $\theta_k = \pi k/N, k=0, 1, \dots, N-1$ の平行線を引き、テキスチャとの交点を

調べて、得られた $N(\theta_k)$, $k=0, 1, \dots, N-1$ のデータを用いて, C_0, A_2, B_2 を計算する積分 $\int_0^{2\pi} d\theta$ を $(2/N) \sum_{k=0}^{N-1}$ に置き換えればよい (実際の計算例は金谷¹⁰⁾ 参照).

3.2 境界線の異方性

上の場合は“一様性”を仮定している (密度分布 $f(\theta)$ を“単位面積当り”で定義しているから). しかし, もし着目している平面領域の全体が画像上に現れているなら, この仮定は除いてもよい. このときは, 方向が θ と $\theta+d\theta$ との間にある微小線素の合計の長さそのものが $f(\theta)d\theta$ になるように密度分布 $f(\theta)$ を定義すればよい. このようにすれば, (3.3)式のように表したとき, (3.4)式の係数行列の第一行が次のものと置き換わる.

$$c_0(a_2+2) \quad c_0b_2 \quad c_0b_2 \quad -c_0(a_2-2) \quad (3.9)$$

同様に $N(\theta)$ をランダムに置かれた方向 θ の直線とテクスチャの交点数の直線の単位長さ当りの期待値とすれば Buffon 変換(3.5)は同じであり, (3.6), (3.7)式するとき(3.8)式の係数行列の第一行が次のものと置き換わる.

$$-C_0 \left(A_2 - \frac{2}{3} \right) \quad -C_0 B_2 \quad -C_0 B_2 \quad C_0 \left(A_2 + \frac{2}{3} \right) \quad (3.10)$$

以上を応用すれば, 面にテクスチャがなくても, その境界線が見えていれば, あるいは同じことだが面上に閉曲線が描かれていれば, その境界閉曲線自身をテ

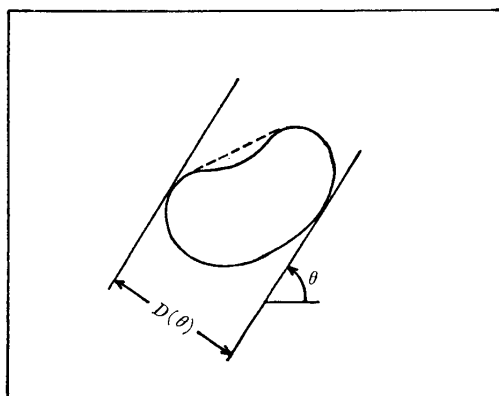


図3 “直径” $D(\theta)$ は方向 θ の平行線で図形を外側から挟んだときの間隔である. 図形が凸図形でなければその凸閉包を測っていることになる.

Fig. 3 The “diameter” $D(\theta)$ is the distance between two parallel lines tangent to the contour from outside. If the contour is not convex, the diameter of its convex hull is measured.

クスチャとみなすことができる¹¹⁾. このときは交点数のかわりに“直径” $D(\theta)$ を測ればよい. ただし $D(\theta)$ は方向 θ の2本の平行線で閉曲線を外から挟んだときの間隔である (図3). もし閉曲線が凸図形なら, 直線との交点はあるとすれば (測度0で生じる接線の場合を除いて) 必ず2個であるから, 交点数の期待値を直径で代用できることは明らかである (厳密には積分幾何学の Harr 測度^{23), 26)} を用いて示す). 凸図形でなければ $D(\theta)$ はその凸閉包の直径を測ったことになるから, その凸閉包がテクスチャであるとみなせばよい. 凸閉包は射影に関して不変だからである (すなわち凸閉包の射影は射影した図形の凸閉包に等しい). そして, 直径 $D(\theta)$ と閉曲線の分布密度 $f(\theta)$ とは

$$D(\theta) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} |\sin(\theta - \theta')| f(\theta') d\theta' \quad (3.11)$$

の関係にある. そこで, 得られた直径 $D(\theta)$ を(3.6)式のように表せば, (3.8)式で係数行列の第一行を(3.10)で置き換えたものが得られる. したがって, C_0, A_2, B_2 を特徴汎関数として用いることができる. ただし前と同様 $\theta_k = \pi k/N$, $k=0, 1, \dots, N-1$ に対して直径 $D(\theta_k)$, $k=0, 1, \dots, N-1$ を測定し, C_0, A_2, B_2 を計算する積分 $\int_0^{2\pi} d\theta$ を $(2/N) \sum_{k=0}^{N-1}$ で置き換えればよい (実際の計算例は金谷¹¹⁾ 参照).

3.3 濃淡画像のフィルタ

甘利^{20), 21)} は濃淡画像 $X(x, y)$ の特徴として次のようなフィルタを提案している.

$$F[X] = \iint_W m(x, y) X(x, y) dx dy. \quad (3.12)$$

ただし $m(x, y)$ はあらかじめ与えたフィルタの重み関数であり, W はあらかじめ固定したウィンドーである. このような特徴を用いるためには着目している平面領域は完全にウィンドー W の中であって, その平面領域の外部は $X(x, y) = 0$ であると仮定しなければならない. かつ, その濃淡は物体固有のものであって, 見る方向に影響されないと仮定しなければならない. たとえば白い面に濃淡の (あるいはカラーの) 文字が描かれていて, それがウィンドー W の中に見えている場合がそれにあたる.

画面上にオプティカルフロー $u(x, y)$, $v(x, y)$ が存在して, 画像 $X(x, y)$ が(3.1)式のように変化しているとすると, (3.12)式の特徴 $F[X]$ の変化率は次のようになる.

$$\mathcal{D}F[X] = \iint_W (u_x m + u m_x + v_y m + v m_y) X dx dy \quad (3.13)$$

ただし、部分積分を行い、ウィンドー W の周辺では $X(x, y) = 0$ という仮定を利用した。(2.1)式のオプティカルフローを代入すると、(3.2)式の $C_1[X], \dots, C_8[X]$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} C_1[X] &= \iint_W m_x X dx dy, \\ C_2[X] &= \iint_W m_y X dx dy, \\ C_3[X] &= \iint_W (m + x m_x) X dx dy, \\ C_4[X] &= \iint_W y m_x X dx dy, \\ C_5[X] &= \iint_W x m_y X dx dy, \\ C_6[X] &= \iint_W (m + y m_y) X dx dy, \\ C_7[X] &= \iint_W (3x m + x^2 m_x + x y m_y) X dx dy, \\ C_8[X] &= \iint_W (3y m + x y m_x + y^2 m_y) X dx dy. \end{aligned} \quad (3.14)$$

したがって $C_1[X], \dots, C_8[X]$ もすべてウィンドー W 上のフィルタとして実現できる。重み関数 $m(x, y)$ として独立なものを8個以上用意すればフローパラメータ $u_0, v_0, A, B, C, D, E, F$ が決定できる。

3.4 線積分、面積分による方法

濃淡もテキストチャもないが平面領域の境界閉曲線が見えている場合に金谷¹²⁾は特徴として、境界線 C 上の線積分

$$F[X] = \int_C m(x, y) ds \quad (3.15)$$

を用いることを提案した。ただし ds は閉曲線 C に沿う線素であり、 $m(x, y)$ はあらかじめ設定する重み関数である。先の場合と異なり、積分は刻々と動く曲線に沿って行く。画面上にオプティカルフロー $u(x, y), v(x, y)$ が生じれば(3.15)式の特徴 $F[X]$ の変化率は次のようになる。

$$\mathcal{D}F[X] = \int_C [u m_x + v m_y + (u_x x^2 + (u_y + v_x) x' y' + v_y y'^2) m] ds. \quad (3.16)$$

ただし $x' = dx/ds, y' = dy/ds$ である。(2.1)式のオプティカルフローを代入すると、(3.2)式の $C_1[X],$

$\dots, C_8[X]$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} C_1[X] &= \int_C m_x ds, \\ C_2[X] &= \int_C m_y ds, \\ C_3[X] &= \int_C [x m_x + x'^2 m] ds, \\ C_4[X] &= \int_C [y m_x + x' y' m] ds, \\ C_5[X] &= \int_C [x m_y + x' y' m] ds, \\ C_6[X] &= \int_C [y m_y + y'^2 m] ds, \\ C_7[X] &= \int_C [x^2 m_x + x y m_y + (2x x'^2 + y x' y' + x y'^2) m] ds, \\ C_8[X] &= \int_C [x y m_x + y^2 m_y + (y x'^2 + x x' y' + 2y y'^2) m] ds. \end{aligned} \quad (3.17)$$

したがって $C_1[X], \dots, C_8[X]$ のすべてが境界線 C 上の線積分として画像から直接に計測できる(実際の計算例は金谷¹²⁾参照)。重み関数 $m(x, y)$ として独立なものを8個以上用意すればフローパラメータ $u_0, v_0, A, B, C, D, E, F$ が決定できる。

一方、(3.15)式のかわりに平面領域 S 上の面積分

$$F[X] = \iint_S m(x, y) dx dy \quad (3.18)$$

を用いてもよい¹²⁾。(3.12)式と違って(固定されたウィンドーではなく)刻々と変化する領域上で積分を行う。このときは(3.16)式のかわりに

$$\mathcal{D}F[X] = \iint_S [u m_x + v m_y + (u_x + v_y) m] dx dy = \int_C (u y' - v x') m ds \quad (3.19)$$

が得られる。Greenの定理により、線積分としても面積分としても表現できる。(3.17)式は次のようになる。

$$\begin{aligned} C_1[X] &= \int_C m y' ds = \iint_S m_x dx dy, \\ C_2[X] &= - \int_C m x' ds = \iint_S m_y dx dy, \\ C_3[X] &= \int_C x y' m ds = \iint_S [m + x m_x] dx dy, \\ C_4[X] &= \int_C y y' m ds = \iint_S y m_x dx dy, \end{aligned}$$

$$C_5[X] = -\int_C xx'm ds = \iint_S xm_v dx dy,$$

$$C_6[X] = -\int_C yx'm ds = \iint_S [m + ym_v] dx dy,$$

$$C_7[X] = \int_C (x^2y' - xyx') m ds \\ = \iint_S [3xm + x^2m_x + xym_v] dx dy,$$

$$C_8[X] = \int_C (xyy' - y^2x') m ds \\ = \iint_S [3ym + xym_x + y^2m_y] dx dy.$$

(3.20)

したがって $C_1[X], \dots, C_8[X]$ のすべてが線積分あるいは面積分として、画像上から直接に計測できる。重み関数 $m(x, y)$ として独立なものを8個以上用意すればフローパラメータ $u_0, v_0, A, B, C, D, E, F$ が決定できる。

4. 逐次的追跡と立体視

既に述べたように平面の運動によるオプティカルフローについて知り得る情報はフローパラメータ $u_0, v_0, A, B, C, D, E, F$ で尽くされている。ゆえに、各瞬間に対しては2節に示した解析解が知り得るすべてである。したがって絶対距離 r は不定であり、疑似平行射影以外の場合はそれ以外の不定性も生じる。しかし、もし運動を連続的に捕えた一連の画像があって、かつ運動は滑らかであるとすれば、金谷¹⁰⁾⁻¹²⁾ の用いた逐次的な方法によって、これらの不定性を除くことが可能である。

まず注意すべきことは平面 $z = px + qy + r$ が前に示したように並進速度 a, b, c , 回転速度 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ で剛体運動しているなら、グラジエント p, q と絶対距離 r との変化率は次のようになることである。

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= pq\omega_1 - (p^2 + 1)\omega_2 - q\omega_3, \\ \frac{dq}{dt} &= (q^2 + 1)\omega_1 - pq\omega_2 + p\omega_3, \\ \frac{dr}{dt} &= c - pa - qb. \end{aligned} \quad (4.1)$$

いま時刻 t でグラジエント p, q と絶対距離 r が既知であるとしよう。このとき(2.2)式を(3.2)式に代入すると次の結果を得る。

$$\begin{aligned} \mathcal{D}F[X] &= C_1[X]a + C_2[X]b + C_3[X]c \\ &\quad + C_{\omega_1}[X]\omega_1 + C_{\omega_2}[X]\omega_2 + C_{\omega_3}[X]\omega_3. \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$C_a[X] = \frac{1}{f+r} (fC_1[X] - pC_3[X] - qC_4[X]),$$

$$C_b[X] = \frac{1}{f+r} (fC_2[X] - pC_5[X] - qC_6[X]),$$

$$C_c[X] = \frac{1}{f+r} \left(\frac{1}{f} (pC_7[X] + qC_8[X]) - C_3[X] - C_6[X] \right),$$

$$C_{\omega_1}[X] = -pC_5[X] - qC_6[X] - \frac{1}{f} C_8[X],$$

$$C_{\omega_2}[X] = pC_3[X] + qC_4[X] + \frac{1}{f} C_7[X],$$

$$C_{\omega_3}[X] = C_5[X] - C_4[X].$$

(4.3)

グラジエント p, q と絶対距離 r が既知であるから、汎関数 $C_a[\cdot], C_b[\cdot], C_c[\cdot], C_{\omega_1}[\cdot], C_{\omega_2}[\cdot], C_{\omega_3}[\cdot]$ は直接に画像上で計測できる。すると、6個以上の独立な特徴 $F_1[\cdot], F_2[\cdot], \dots$ を用意しておけば(4.2)式から $a, b, c, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ に関する連立一次方程式が得られ、これを解いて並進速度 a, b, c と回転速度 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ が求まる。この結果を(4.1)に用いれば、時刻 $t + \delta t$ でのグラジエント p', q' と絶対距離 r' とがたとえば $p' = p + [pq\omega_1 - (p^2 + 1)\omega_2 - \omega_3]\delta t, \dots$ として得られる。あるいはより高次の数値積分公式を用いてもよい。そして、 p', q', r' を既知として再び同じ手順で次の時刻へ進む。以下、これを繰り返すのが、金谷¹⁰⁾⁻¹²⁾ の示した逐次的方法を本論文の立場から一般的に述べ直したものである(計算の実例は金谷^{11), 12)} 参照)。この方法によれば各時刻で特徴の値さえ得られればよく、各時刻での画像を記憶する必要がない。これは一般に特徴抽出の利点である。一方、このままでは誤差が次第に累積するおそれがあるから、はじめに示した解析解を利用するなどして時々修正を加える必要がある。

上述の方法は対応点を用いない立体視へ応用できる。たとえば対象が静止している場合、カメラを x 軸の負の方向へ平行移動したとすれば、画像上では対象が x 軸方向に運動したのと同じ効果が引き起こされる。このとき特徴 $F[X]$ の変化率 $\mathcal{D}F[X]$ を画像上で測定すれば(4.2)式より、これは $C_a[X]a$ に等しく、 a が既知だから $C_a[X]$ がわかる。同様にカメラを y 軸方向、 z 軸方向に移動させることにより、画像上から $C_b[X]$ と $C_c[X]$ が測定できる。そこで(4.3)式のはじめの3式を p, q, r に関する連立方程式とみなして解けば対象の位置が求まる。具体的には、まず

p, q が

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} C_1[X]C_3[X] + \frac{1}{f}C_1[X]C_7[X] & C_2[X]C_4[X] + \frac{1}{f}C_2[X]C_8[X] \\ C_1[X]C_5[X] + \frac{1}{f}C_1[X]C_7[X] & C_2[X]C_6[X] + \frac{1}{f}C_2[X]C_8[X] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} fC_1[X]C_1[X] + C_1[X](C_3[X] + C_5[X]) \\ fC_2[X]C_2[X] + C_2[X](C_4[X] + C_6[X]) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.4)$$

より定まり, r は次の式で与えられる.

$$\begin{aligned} r &= \frac{fC_1[X] - pC_3[X] - qC_4[X]}{C_1[X]} - f \\ &= \frac{fC_2[X] - pC_5[X] - qC_6[X]}{C_2[X]} - f \end{aligned} \quad (4.5)$$

(計算の実例は金谷¹²⁾参照.) もちろん実際にはカメラを移動させる必要はなく, あらかじめ複数のカメラを適当に配置しておけばよい. たとえば x 軸方向に 2 台配置して差分を用いてもよい, 3 台以上配置して, 高次の数値微分公式を用いてもよい. 理論的にはカメラの移動 (または配置) する方向は 3 方向でなくてもよく, たとえば x 軸方向のみで, そのかわり特徴関数 $F[\cdot]$ を複数用意して, (4.3) 式の第一式のみを連立させて解くことも可能である. しかし, 誤差の影響を考えると実際的とは思われない.

平行射影の近似では (4.3) 式は次のようになる.

$$\begin{aligned} C_1[X] &= C_1[X], & C_2[X] &= C_2[X], \\ C_3[X] &= 0, \\ C_{1,1}[X] &= -pC_3[X] - qC_4[X], \\ C_{2,1}[X] &= pC_5[X] + qC_6[X], \\ C_{3,1}[X] &= C_5[X] - C_6[X]. \end{aligned} \quad (4.6)$$

当然のことながら x 軸方向の速度 c は推定できないが, それ以外は同じである. 注意すべき点は $p=q=0$ (対象面に直面している場合) の瞬間である. このとき (4.1) 式からは $dp/dt=0$, $dq/dt=0$ となり, 次の時刻へ進むことができない. このときは (4.1) 式かわりに, 2 次の近似式を用いなければならない ((4.1) 式は “速度” すなわち 1 次の無限小に関する関係式である. 具体的な式は金谷¹¹⁾ 参照). 中心射影 (あるいは疑似平行射影) ではこのようなことは生じない. また立体視に応用することもできない.

疑似平行射影の近似では (4.3) 式の第 3 式が

$$C_1[X] = -\frac{1}{f+r}(C_3[X] + C_5[X]) \quad (4.7)$$

となるが, それ以外は同様にできる. 特に (4.4) 式は

$$\begin{bmatrix} C_3[X] & C_4[X] \\ C_5[X] & C_6[X] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} fC_1[X] + (C_3[X] + C_5[X])C_1[X]/C_1[X] \\ fC_2[X] + (C_4[X] + C_6[X])C_2[X]/C_2[X] \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \end{aligned} \quad (4.8)$$

となり, r は (4.5) 式あるいは

$$r = -\frac{C_3[X] + C_5[X]}{C_1[X]} - f \quad (4.9)$$

より求まる.

5. ま と め

本論文では対象の 3 次元運動を対応点を用いずに復元する方法を, 著者のこれまでの研究成果を用いて一般的な数学的原理として完成させた. ここに示した種類の技法を実際に適用する際には装置からくる制約やその他の技術的問題を十分考慮しなければならない. これらはそれぞれの装置やその目的にあわせて個々に判断する必要があり, 本論文では立ち入ることができないが, 今後の重要な課題である. しかし, ここで示した原理は多くの問題にいろいろの目的で広範囲に応用できると思われる.

参 考 文 献

- 1) Ullman, S.: *The Interpretation of Visual Motion*, MIT Press, Cambridge, Mass. (1979).
- 2) Clocksin, W.F.: Perception of Surface Slant and Edge Labels from Optical Flow: A Computational Approach, *Perception*, Vol. 9, pp. 253-269 (1980).
- 3) Nagel, H.-H.: Representation of Moving Rigid Objects Based on Observations, *Computer*, Vol. 14, No. 8, pp. 29-39 (1981).
- 4) Longuet-Higgins, H.C.: A Computer Algorithm for Reconstructing a Scene from Two Projections, *Nature*, Vol. 239, No. 10, pp. 133-135 (1981).
- 5) Tsai, R.Y. and Huang, T.S.: Uniqueness and Estimation of Three-Dimensional Motion Parameters of Rigid Objects with Curved Surfaces, *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, Vol. PAMI-6, No. 1, pp. 13-27 (1984).
- 6) Sugihara, K. and Sugie, N.: Recovery of Rigid Structure from Orthographically Projected Optical Flow, *Comput. Vision Gr. Im-*

- age Process., Vol. 27, pp. 309-320 (1984).
- 7) Longuet-Higgins, H. C.: The Visual Ambiguity of a Moving Plane, *Proc. R. Soc. Lond., Ser. B*, Vol. 223, pp. 165-175 (1984).
 - 8) 丸山 稔, 甘利俊一: 動的物体の認識についての基本的考察, 電子通信学会技術研究報告, PRL 83-64 (1984).
 - 9) 大西文平, 丸山 稔, 甘利俊一: 速度情報に着目した動的物体認識に関する研究, 電子通信学会技術研究報告, PRL 83-83 (1984).
 - 10) Kanatani, K.: Detection of Surface Orientation and Motion from Texture by a Stereological Technique, *Artif. Intell.*, Vol. 23, pp. 213-237 (1984).
 - 11) Kanatani, K.: Tracing Planar Surface Motion from a Projection without Knowing the Correspondence, *Comput. Vision Gr. Image Process.*, Vol. 29, pp. 1-12 (1985).
 - 12) Kanatani, K.: Detecting the Motion of a Planar Surface by Line and Surface Integrals, *Comput. Vision Gr. Image Process.*, Vol. 29, pp. 13-22 (1985).
 - 13) 金谷健一: 平行射影オプティカルフローの解析, 情報処理学会コンピュータビジョン研究会研究報告, 35-4 (1985).
 - 14) 金谷健一: 中心射影オプティカルフローの解析, 情報処理学会コンピュータビジョン研究会研究報告, 36-1 (1985).
 - 15) 金谷健一: オプティカルフローの変換則と不変分解, 電子通信学会技術研究報告, PRL 85-3 (1985).
 - 16) Jain, R.: Dynamic Scene Analysis Using Pixel-Based Processes, *Computer*, Vol. 14, No. 8, pp. 12-18 (1981).
 - 17) Thompson, W.B.: Lower-Level Estimation and Interpretation of Visual Motion, *Computer*, Vol. 14, No. 8, pp. 20-28 (1981).
 - 18) Horn, B.K.P. and Schunk, B.G.: Determining Optical Flow, *Artif. Intell.*, Vol. 17, pp. 185-203 (1981).
 - 19) Prager, J.M. and Arbib, M.A.: Computing the Optic Flow: The MATCH Algorithm and Prediction, *Comput. Vision Gr. Image Process.*, Vol. 24, pp. 213-237 (1984).
 - 20) 甘利俊一: パターン信号の特徴空間における正規化理論, 電気通信学会雑誌, Vol. 49, No. 7, pp. 1342-1350 (1966).
 - 21) Amari, S.: Feature Spaces Which Admit and Detect Invariant Signal Transformations, *Proc. 4th Int. Joint Conf. Pattern Recogn.*, pp. 452-456 (1978).
 - 22) Witkin, A.P.: Recovering Surface Shape and Orientation from Texture, *Artif. Intell.*, Vol. 17, pp. 17-45 (1981).
 - 23) Kendall, M.G. and Moran, P.A.: *Geometrical Probability*, Charles Griffin, London (1963).
 - 24) DeHoff, R.T. and Rhines, F.N.: *Quantitative Microscopy*, McGraw-Hill, New York (1968): 牧島, 篠原, 小森(訳): 計量形態学—マイクロ組織をはかる—, 訂正版, 内田老鶴圃, 東京 (1983).
 - 25) Underwood, E.E.: *Quantitative Stereology*, Addison-Wesley, Reading, Mass. (1970).
 - 26) Santaló, L.A.: *Integral Geometry and Geometric Probability*, Addison-Wesley, Reading, Mass. (1976).
 - 27) Weibel, E.R.: *Stereological Methods*, Vols. 1, 2, Academic Press, New York (1979, 1980).
 - 28) Kanatani, K.: Distribution of Directional Data and Fabric Tensors, *Int. J. Engng Sci.*, Vol. 22, No. 2, pp. 149-164 (1984).
 - 29) Kanatani, K.: Stereological Determination of Structural Anisotropy, *Int. J. Engng Sci.*, Vol. 22, No. 5, pp. 531-546 (1984).
 - 30) 金谷健一: 構造異方性によりひずみを決定するステレオロジーの理論, 材料科学, Vol. 20, No. 4, pp. 223-232 (1984).
 - 31) 金谷健一: ステレオロジーによる異方性粒子の配向性の測定法, 粉体工学会誌, Vol. 21, No. 1, pp. 3-10 (1984).
 - 32) 金谷健一: ステレオロジーによるひずみの決定の簡略化, 材料科学, Vol. 21, No. 5, pp. 294-299 (1985).
 - 33) Kanatani, K.: Measurement of Crack Distribution in a Rock Mass from Observation of Its Surfaces, *Soils and Foundations*, Vol. 25, No. 1, pp. 77-83 (1985).
 - 34) Kanatani, K.: Procedures for Stereological Estimation of Structural Anisotropy, *Int. J. Engng Sci.*, Vol. 23, No. 5, pp. 587-598 (1985).
 - 35) Kanatani, K.: Measurement of Particle Orientation Distribution by a Stereological Method, *Particle Characterization*, Vol. 2, pp. 31-37 (1985).

(昭和60年6月28日受付)
(昭和60年10月17日採録)



金谷 健一 (正会員)

昭和22年生。昭和47年東京大学工学部計数工学科(数理工学)卒業。

その間、昭和44~45年米国ケース・

ウェスタン・リザーブ大学留学。昭和

54年東京大学大学院工学系研究科計数工学専門課程(博士課程)修了。工学博士。同年群馬大学工学部情報工学科助手。昭和58年同助教授。昭和60~61年米国メリランド大学招聘研究員。これまでの主な研究分野は金属塑性論、構造力学、粒状体力学と粉体工学および土質力学への応用、ステレオロジーのテンソル解析および数値解析と画像計測への応用。現在、コンピュータビジョンと画像処理の数理的研究に従事。「計算機科学入門」(共訳, サイエンス社), 「線形代数」(共著, 講談社)。土質工学会, 日本材料科学会, 形の科学会, 電子通信学会各会員。