論　文

画像の特徴点に共分散行列は本当に必要か

金澤　靖[†]　金谷　健一[††]

Do We Really Have to Consider Covariance Matrices for Image Feature Points?

Yasushi KANAZAWA[†] and Kenichi KANATANI[††]

あらまし　画像の濃淡値から共分散行列を計算する方法を統一的に定式化し，それが特徴点の位置の精度を反映しているのかどうかを可変テンプレートマッチングによるサブ画素補正により，実験的に検証する．そして，このような共分散行列を用いて最適計算の精度が向上するかどうかを射影変換行列と基礎行列について調べる．

キーワード　特徴抽出，共分散行列，テンプレートマッチング，射影変換，基礎行列

1.　まえがき

著者らは画像の特徴点に基づく解析（3 次元復元，カメラ校正，モザイク生成等）において，特徴点の位置の信頼性を共分散行列によって評価し，それに基づく最適推定の手法を開発した [4], [6], [8], [9]．その共分散行列としては通常，一様等方誤差モデルを用いた．

共分散行列を画像の濃淡値から計算する方法はいろいろ提案されている [1], [10], [12], [13]．しかし，そのようにして求めた共分散行列は本当に "特徴点の精度" を反映しているのであろうか．また，その共分散行列を用いれば "一様等方誤差" を仮定するよりも良い結果が得られるのであろうか．確かにシミュレーションでは効果が確認できるが，それは "仮定した共分散行列" に基づいて誤差を発生させているからである．しかし，実画像の特徴点の位置の精度を濃淡値から定めた共分散行列に結び付けてよいのであろうか．これに対してこれまで多くの人から疑念が出されながら，明確な解答が与えられていなかった．

本研究では，まず画像の濃淡値から共分散行列を計算する方法を統一的に定式化し，テンプレートマッチングの精度と評価した共分散行列との相関を調べる．更に，このような共分散行列を用いた最適推定の精度が向上するかどうかを射影変換行列と基礎行列の計算について調べる．

2.　特徴点の共分散行列

画像の特徴点には，マウスによる手動抽出でもSUSAN [14] や Harris オペレータ [2] 等による自動抽出でも，検出した位置には不確定さがある．その真の位置を $(\bar{x}, \bar{y})$，観測位置を (x, y) とし，誤差 $\Delta x = x - \bar{x}$, $\Delta y = y - \bar{y}$ を確率変数とみなして共分散行列を次のように表す．

$$\begin{pmatrix} E[\Delta x^2] & E[\Delta x \Delta y] \\ E[\Delta y \Delta x] & E[\Delta y^2] \end{pmatrix} = \sigma^2 \Sigma^0 \qquad (1)$$

ただし $E[\cdot]$ は期待値を表す．σ は誤差の絶対的な大きさを表す定数であり,「ノイズレベル」と呼ぶ．Σ^0 は誤差の相対的な大きさと方向依存性を表す行列であり,「正規化共分散行列」と呼ぶ [3].

このように共分散行列をノイズレベルと正規化共分散行列に分ける一つの理由は，次章に示すように，画像の濃淡値から計算される共分散行列には定数倍の不定性があるからである．もう一つの理由は，最適化計算において共分散行列の定数倍は解に影響しないからである [3].

誤差分布は位置と方向に対する依存性によって図 1 のように分類できる．誤差の特性が場所や方向に依存しない場合（一様等方誤差），正規化共分散行列 Σ^0

† 豊橋技術科学大学知識情報工学系，豊橋市
Department of Knowledge-based Information Engineering, Toyohashi University of Technology, Toyohashi-shi, 441-8580 Japan
E-mail: kanazawa@tutkie.tut.ac.jp
†† 岡山大学工学部情報工学科，岡山市
Department of Information Technology, Okayama University, Okayama-shi, 700-8530 Japan
E-mail: kanatani@suri.it.okayama-u.ac.jp

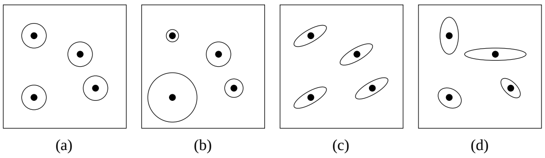


図 1　誤差モデル．(a) 一様等方性, (b) 非一様等方性, (c) 一様異方性, (d) 非一様異方性

Fig. 1　Noise modeling: (a) isotropic homogeneous; (b) isotropic inhomogeneous; (c) anisotropic homogeneous; (d) anisotropic inhomogeneous.

には次のデフォルト値を用いればよい．

$$\Sigma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

3. 共分散行列の計算法

画像の濃淡値から共分散行列を計算する方法は，残差に基づく方法 [10], [12] と微分に基づく方法 [1], [13] とに大別できる．

3.1 残差に基づく方法

着目する特徴点 p を中心とする一定の大きさの正方格子を $\mathcal{N}_p$ とする．(i, j) 画素の濃淡値を $I(i, j)$ とし，点 p の近傍の「(自己) 残差(注1)」を次のように定義する (図 2)．

$$J(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} \Big(I(i+x, j+y) - I(i, j) \Big)^2 \tag{3}$$

x, y は実数，w_{ij} は適当な (例えばガウス型) 重みである．画像の濃淡値 $I(i, j)$ は適当な補間によって連続関数とみなす．$J(x, y)$ は $x = y = 0$ で最小値をとる非負の関数であるから，これを原点 $(0, 0)$ の適当な近傍 $\mathcal{X}$ において次の形の 2 次関数で近似する．

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \frac{1}{2}(n_1 x^2 + 2n_2 xy + n_3 y^2) \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} H \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{4}$$

ただし「ヘッセ行列」H を次のようにおいた．

(注1)：右辺を展開すれば，第 3 項 $\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} I(i, j)^2/2$ は定数となる．第 1 項 $\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} I(i+x, j+y)^2/2$ が x, y に依存しないなら，これは「(重みつき) 自己相関関数」$\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} I(i+x, j+y) I(i, j)$ の符号を変えたものとなる．

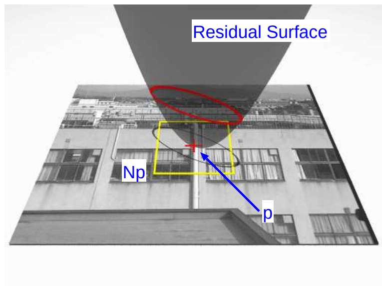


図 2　残差曲面

Fig. 2　The residual surface.

$$H = \begin{pmatrix} n_1 & n_2 \\ n_2 & n_3 \end{pmatrix} \tag{5}$$

要素 n_1, n_2, n_3 は最小 2 乗法によって

$$\iint_{\mathcal{X}} w(x, y) \Big(J(x, y) - g(x, y) \Big)^2 dxdy \to \min \tag{6}$$

となるように定める．ここに $w(x, y)$ は適当な重みであり，代表的なものに「ガウス型」$w(x, y) = e^{-(x^2+y^2)/\sigma^2}$ と「ギブス型」$w(x, y) = e^{-J(x,y)/\sigma^2}$ がある (σ は適当な定数)．

最小化 (6) の解 $\boldsymbol{n} = (n_1, n_2, n_3)^\top$ は，式 (6) を x, y で微分して 0 とおくことにより，次の正規方程式の解として与えられる．

$$\frac{1}{2}\boldsymbol{A}\boldsymbol{n} = \boldsymbol{b} \tag{7}$$

行列 $\boldsymbol{A}$ とベクトル $\boldsymbol{b}$ は次のように定義される．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A} &= \iint_{\mathcal{X}} w(x, y) \boldsymbol{m}(x, y) \boldsymbol{m}(x, y)^\top dxdy \\ \boldsymbol{b} &= \iint_{\mathcal{X}} w(x, y) J(x, y) \boldsymbol{m}(x, y) dxdy \end{aligned} \tag{8}$$

ただし $\boldsymbol{m}(x, y) = (x^2, 2xy, y^2)^\top$ とおいた．積分 $\iint_{\mathcal{X}} dxdy$ は領域 $\mathcal{X}$ 内をサンプルして数値的に評価する．解 $\boldsymbol{n}$ が求まれば式 (5) のヘッセ行列 H が定まる．その逆行列を正規化共分散行列 Σ^0 とする [10], [12]．

$$\Sigma^0 = H^{-1} \tag{9}$$

3.2 微分に基づく方法

式 (3) で補正量 x, y が小さいと仮定し，$I(i+x, j+y)$ をテイラー展開して 1 次近似すると次のようになる．

$$J = \frac{1}{2} \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} (I_i x + I_j y)^2$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} H \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \tag{10}$$

ただし I_i, I_j は I の $x = y = 0$ におけるそれぞれの変数に関する偏微分である．これらは平滑微分フィルタで評価する（付録 1.）．ヘッセ行列 H は次のように表される．

$$H = \begin{pmatrix} \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} {I_i}^2 & \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} I_i I_j \\ \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} I_j I_i & \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} {I_j}^2 \end{pmatrix} \tag{11}$$

その逆行列を正規化共分散行列 Σ^0 とする [1], [13].

$$\Sigma^0 = H^{-1} \tag{12}$$

3.3 理論的背景

残差に基づく方法も微分に基づく方法も残差のヘッセ行列 H の逆行列を正規化共分散行列としている．違いは着目する特徴点 p の近傍 $\mathcal{N}_p$ で平均的に近似するか，p の周りのテイラー展開から計算するかである．

ヘッセ行列 H は残差曲面の曲率を表す量であり，曲率が大きいことは p の近傍の濃淡値が p からわずかに移動すると急激に変化することを意味する（図 2）．したがってテンプレートマッチングによって特徴点を抽出するとき位置を定めやすい．逆に曲率が小さいと p の周辺の濃淡値の変化が少ないので位置が定めにくい．このことから，ヘッセ行列 H の逆行列が位置の不確定さを表すことは直観的に理解できるが，数学的には次のように定式化できる．

統計学において最ゆう推定解の共分散行列が対数ゆう度のヘッセ行列（フィッシャー情報行列）の逆行列（クラメル・ラオの下界）で評価できることが知られているが，テンプレートマッチングを統計的推測問題とみなすと，式 (11)，(12) がそれぞれフィッシャー情報行列とクラメル・ラオの下界に対応する（付録 2.）．したがって，ヘッセ行列 H の逆行列が位置の不確定性を表す共分散行列とみなせる．

このことは，真値からのずれ (x, y) を次の正規分布で近似することを意味する．

$$p(x,y) \approx \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} H \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} / 2\sigma^2} \tag{13}$$

ただし σ はノイズレベルである．ヘッセ行列 H の定義より，式 (13) は次のようにも書ける．

$$p(x,y) \approx \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-J(x,y)/\sigma^2} \tag{14}$$

不確定性を残差 J（物理的類推から「エネルギー」とも呼ばれる）に対するこのような「ギブス分布」とみなすことは経験的に多くの場面で成り立つ [7]．実際 Singh [12] は $e^{-J(x,y)/\sigma^2}$ を離散的にサンプルし，サンプル共分散行列として正規化共分散行列を推定している．

微分に基づく方法は「こう配拘束条件」[3], [11] を用いて「オプティカルフロー」を検出することと解釈できる（付録 3.）．実際，式 (11) の逆行列がフローの信頼性を表す共分散行列として用いられている [11]．式 (11) からわかるように，濃淡値がある方向に一定のとき H の行列式が 0 になり,「アパチャー（開口）問題」が生じる．

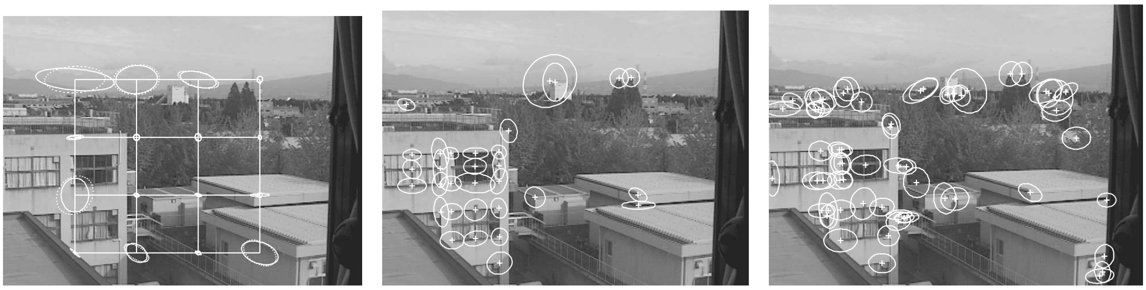
3.4 実画像例

図 3(a) は画像内に適当に 3×3 の格子を設定し，格子点における共分散行列を評価し，各方向の標準偏差を表す楕円 [3] として表示したものである．ただし楕円の絶対的大きさは定まらないので，見やすいようにスケールを調節している．実線は残差によるもの，破線は微分によるものである．これを見ると，濃淡の変化の少ないところは大きく，頂点のような変化が大きいところでは小さく，物体境界では境界にそって細長く，ほぼ直観と一致している．

図 3(b) はマウスを用いて人手で特徴点を選んだものである．これを見ると，どの特徴点も信頼性はほぼ等しくほぼ等方である．この理由は，人間は無意識に濃淡変化のない部分や物体境界上の点を避け，頂点や孤立点などの見つけやすい特徴を選ぶからである．このような “見つけやすい” 点は，その周りのすべての方向に濃淡値の変化が大きい．

図 3(c) は SUSAN [14] により抽出した場合である．この場合も各点の信頼性はほぼ等しくほぼ等方である．その理由は，特徴抽出オペレータは計算法が各々異なっていても，実質的に共分散行列を計算し，どの方向にも分散がほぼ等しく，かつ大きいものを出力するように設計されているためである．例えば Harris オペレータ [2] では式 (11) のヘッセ行列 H を直接に計算している．また特徴点追跡の Kanade-Lucas-Tomasi 法も内部でこれを計算している [15].

以上より，特徴点を人手あるいは特徴抽出オペレータで抽出する限り，正規化共分散行列は式 (2) の一様等方モデルで十分であるという結論が得られる．共分



(a) (b) (c)

図 3　特徴点の共分散行列．実線: 残差に基づくもの．破線: 微分に基づくもの．(a) 格子上の特徴点．(b) 手動抽出した特徴点．(c) SUSAN で抽出した特徴点

Fig. 3　Feature covariance evaluated from the residual surface (solid lines) and the gray-level derivatives (dashed lines). Feature points are (a) generated regularly, (b) chosen by hand, and (c) detected by SUSAN.

散行列が必要となるのは図 3 のように，特徴点がランダムに，あるいは画像の内容とは無関係に指定される場合である．

4. 特徴点のマッチング

4.1 可変テンプレートマッチング

それでは特徴点がランダムに指定されたとき，その共分散行列はその特徴点を画像処理によって検出する精度を反映しているのであろうか．これを検証するため，2 画像を対応させる次の処理を考える．

一方の画像に特徴点 p を任意に指定し，周りの近傍 $\mathcal{N}_p$ を切り取ってテンプレート $T(i,j)$ として他方の画像 $I(i,j)$ とマッチさせる．2 画像はカメラの移動やズームも含むものとし，並進だけでなく，スケール変化や回転も考慮した「相似テンプレートマッチング」を用いる．

対応点の大まかな候補位置 (a,b) は既知とする（これは解像度を徐々に上げる「階層的マッチング」で得られるが，ここでは省略する）．テンプレート $T(i,j)$ を候補位置 (a,b) から (x,y) だけ並進させ，s 倍に拡大し，角度 θ だけ回転すると画像 $I(i,j)$ とマッチするとして，そのような x, y, s, θ を探索するために次の関数を最小化する．

$$J(x,y,\theta,s) = \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}\Big(T(i,j)-\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)}I(i,j)\Big)^2 \tag{15}$$

相似変換作用素 $\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)}$ は次のように定義した．

$$\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)}I(i,j) = I(a+x+s(\cos\theta - j\sin\theta), \quad b+y+s(i\sin\theta+j\cos\theta)) \tag{16}$$

そして x, y, s, θ の各探索範囲を離散化して式 (15) の最小値を探索する．離散化幅を次々に狭める再帰的探索を用いて効率的に精密な位置が求まる（詳細省略）．2 画像間で照明条件や露光が変化している場合は，式 (15) の代わりに次式を用いる（付録 4.）．

$$J(x,y,\theta,s) = \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)}I(i,j)^2 - C\left(\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}T(i,j)\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)}I(i,j)\right)^2 \tag{17}$$

C は x, y, s, θ に依存しない次の定数である．

$$C = \frac{1}{\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}T(i,j)^2} \tag{18}$$

4.2 実画像実験

異なる視点から撮影した 2 画像を図 4(a) に示す．左画像内に任意に 3×3 の格子を設定する．右画像内の実線は対応する点をマウスで大まかに選んだ候補位置を結んだものである．これを初期位置とし，相似テンプレートマッチングで位置合せを行った結果が破線の格子である．

共分散行列が位置決めの精度を反映しているなら，補正位置の真の位置からのずれ $(\Delta x, \Delta y)$ は共分散行列の大きさと正の相関があるはずである．そこでこのような実験をいろいろな画像といろいろな格子の位置に対して行い，もとの画像の特徴点の正規化共分散行列のトレースの平方根（式 (1) より平方平均 2 乗誤差 $\sqrt{E[\Delta x^2 + \Delta y^2]}$ に比例する）を横軸に，補正位置の

(a) (b)

図 4 (a) シーンの異なる視点からの画像の対応点のサブ画素補正．(b) 共分散行列とテンプレートマッチングの精度との相関．×: 残差によるもの，+: 微分によるもの

Fig. 4 (a) Two images of an outdoor scene. The left grid is mapped to the right image and corrected with subpixel accuracy. (b) Correlation between the covariance matrix and the template matching accuracy: the residual-based approach (×); the derivative-based approach (+).

ずれの距離 $\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}$ を縦軸にとり，両対数グラフにプロットしたものが図 4(b) である．

ここに “真の位置” は 2 画像が遠景であることから互いに射影変換で結ばれていることを利用し，多数（ここでは 53 個）の特徴点をマウスで注意深く選んで射影変換を最適に計算し（後述），それによって図 4(a) の左画像の格子を射影変換して定めたものである．

図 4(b) のプロットはかなり分散しているが，大まかには傾き 1 の直線にほぼ沿っているようである．これは補正精度が，顕著とはいえないが共分散行列による予測とほぼ比例する傾向があることを意味している．

5. 共分散行列に基づく最適推定

それでは画像の濃淡値から計算した共分散行列を用いると，各種の最適推定において一様等方モデルを用いるより良い結果が得られるのであろうか．これをモザイク生成のための射影変換の計算と動画像の 3 次元解析のための基礎行列の計算に対して検証する．

2 画像間の対応点 $\{(x_\alpha, y_\alpha)\}$, $\{(x'_\alpha, y'_\alpha)\}$ とそれらの正規化共分散行列 $\{\Sigma^0_\alpha\}$, $\{\Sigma^0_\alpha{}'\}$ が与えられているとし，対応点を次の 3 次元ベクトルで表す．

$$\boldsymbol{x}_\alpha = \begin{pmatrix} x_\alpha/f_0 \\ y_\alpha/f_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x}'_\alpha = \begin{pmatrix} x'_\alpha/f_0 \\ y'_\alpha/f_0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{19}$$

f_0 は x_α/f_0, y_α/f_0, x'_α/f_0, y'_α/f_0 を 1 のオーダにする適当な定数（例えば画像サイズ）である．$\boldsymbol{x}_\alpha$, $\boldsymbol{x}'_\alpha$ は第 3 成分は定数であるから，それらの正規化共分散行列は次の形のランク 2 の特異行列となる．

$$V_0[\boldsymbol{x}_\alpha] = \begin{pmatrix} \Sigma^0_\alpha & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^\top & 0 \end{pmatrix}, \quad V_0[\boldsymbol{x}'_\alpha] = \begin{pmatrix} \Sigma^0_\alpha{}' & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^\top & 0 \end{pmatrix} \tag{20}$$

共分散行列の定義は，残差による方法より微分による方法の方が理論的に一貫しているが（付録 2., 3.），微分の計算に差分近似したフィルタを用いなければならない．これはその計算過程で用いる平滑化に依存し（付録 1.），画像の誤差にも左右されやすい．それに対して残差による方法は積分（総和）演算に基づくので計算は安定している．また，ほとんどの場合に両者の結果に大きな差はない．そこで以下では残差に基づく方法を用いる．

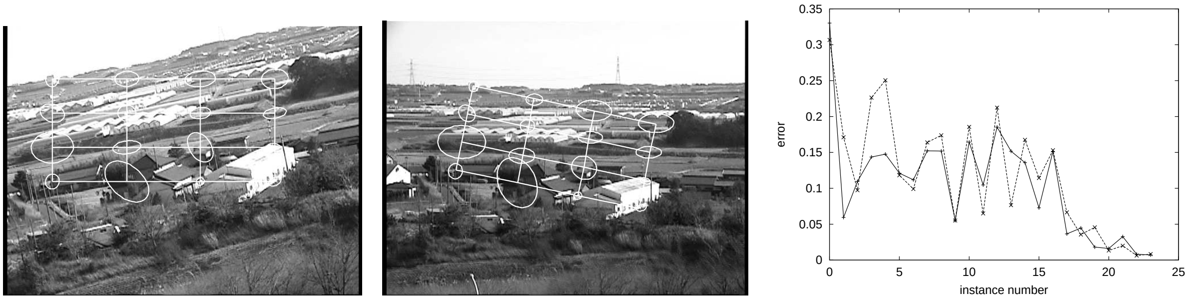
5.1 射影変換行列の最適計算

2 画像が異なる位置から平面または遠景を撮影したものであれば，ある正則行列 $\boldsymbol{H}$ が存在して $\{\boldsymbol{x}_\alpha\}$, $\{\boldsymbol{x}'_\alpha\}$ は次の「射影変換」で結ばれる [3], [6].

$$\boldsymbol{x}'_\alpha = Z[\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha] \tag{21}$$

ただし $Z[\,\cdot\,]$ は z 成分を 1 とするスケールの正規化を表す．$\boldsymbol{H}$ は「射影変換行列」と呼ばれる．これには定数倍の不定性があるので，$\|\boldsymbol{H}\| = 1$ と正規化する（行列 $\boldsymbol{A} = (A_{ij})$ のノルムを $\|\boldsymbol{A}\| = \sqrt{\sum_{i,j=1}^3 A_{ij}^2}$ と定義する）．

画像から射影変換行列を計算することはモザイク生成やカメラ校正などの多くの画像応用で必要となる [6], [8]．画像に誤差があるとき，射影変換行列 $\boldsymbol{H}$



(a) (b)

図 5 (a) 対応点とその共分散行列．(b) 射影変換行列の計算の誤差．実線: 濃淡値から計算した共分散行列を用いたもの．破線: 共分散行列のデフォルト値を用いたもの．横軸は実験例の番号を示す

Fig. 5 (a) Corresponding points and their covariance matrices. (b) Errors in the homography computation using the covariance matrices evaluated from the gray levels (solid lines) and their default values (dashed lines). The numbers on the abscissa indicate individual instances.

の統計的に最適な推定は次式を最小化するものである [3].

$$J(\boldsymbol{H}) = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N}(\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha, \boldsymbol{W}_\alpha(\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha)) \tag{22}$$

$$\boldsymbol{W}_\alpha = \Big(\boldsymbol{x}'_\alpha \times \boldsymbol{H}V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]\boldsymbol{H}^\top \times \boldsymbol{x}'_\alpha + (\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha) \times V_0[\boldsymbol{x}'_\alpha] \times (\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_\alpha)\Big)^-_2 \tag{23}$$

ただしベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ の内積を $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ と表す．ベクトル $\boldsymbol{a}$ と行列 $\boldsymbol{A}$ に対して $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{A}$ は $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{A}$ の各列とのベクトル積を列とする行列であり，$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{a}$ は $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{A}$ の各行とのベクトル積を行とする行列である [3]．$(\cdot)^-_r$ は大きい r 個以外の固有値を 0 に置き換えて計算した（ムーア・ペンローズの）一般逆行列を表す [3]．この解を「くりこみ法」によって計算するアルゴリズム [5] が公開されている(注2)．

図 5(a) は遠景を異なる視点から撮影した 2 画像である．左画像に適当に格子を設定し，右画像に対応する点をマウスで指定し，可変テンプレートマッチングにより位置を補正した．各格子点では共分散行列を楕円として表示している．これらの共分散行列を用いて対応点から射影変換行列 $\boldsymbol{H}$ を最適に計算した．比較のために式 (2) のデフォルト値を用いて得た値を $\boldsymbol{H}_0$ とし，真の値を $\bar{\boldsymbol{H}}$ とする．ただし “真の値” $\bar{\boldsymbol{H}}$ は注意深く選んだ多数（ここでは 53 個）の対応点からデフォルト値を用いて最適に計算したものである．結果は次のようになった．

$$\|\boldsymbol{H} - \bar{\boldsymbol{H}}\| = 0.007190, \quad \|\boldsymbol{H}_0 - \bar{\boldsymbol{H}}\| = 0.008358$$

同様の実験を画像や格子をいろいろ変えて行った 24 例を図 5(b) に示す．このように特徴点がランダムに与えられた場合は，顕著とはいえないが，画像から計算した共分散行列を用いた最適化によって精度がおおむね向上するといえよう．

5.2 基礎行列の最適計算

一般のシーンを異なる視点から撮影した 2 画像では次の「エピ極線方程式」が成立する [3], [4].

$$(\boldsymbol{x}_\alpha, \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}'_\alpha) = 0 \tag{24}$$

$\boldsymbol{F}$ はランク 2 の特異行列であり,「基礎行列」と呼ばれる．$\boldsymbol{F}$ には定数倍の不定性があるので，$\|\boldsymbol{F}\| = 1$ と正規化する．

基礎行列の計算は画像から 3 次元復元を行うための基礎となる [4]．画像に誤差があるとき，基礎行列 $\boldsymbol{F}$ の統計的に最適な推定は次式を最小化するものである [3].

$$J(\boldsymbol{F}) = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} W_\alpha(\boldsymbol{x}_\alpha, \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}'_\alpha)^2 \tag{25}$$

$$W_\alpha = \frac{1}{(\boldsymbol{x}'_\alpha, \boldsymbol{F}^\top V_0[\boldsymbol{x}_\alpha]\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}'_\alpha) + (\boldsymbol{x}_\alpha, \boldsymbol{F}V_0[\boldsymbol{x}'_\alpha]\boldsymbol{F}^\top\boldsymbol{x}_\alpha)} \tag{26}$$

この解をくりこみ法によって計算するアルゴリズム [9]

（注2）: `http://www.ail.cs.gunma-u.ac.jp/Labo/programs.html`

(a) (b)

図 6 (a) 対応点とその共分散行列．(b) 基礎行列の誤差．実線: 濃淡値から計算した共分散行列を用いたもの．破線: 共分散行列のデフォルト値を用いたもの．横軸は実験例の番号を示す

Fig. 6 (a) Covariance matrices and corresponding points. (b) Errors in the fundamental matrix computation using the covariance matrices evaluated from the gray levels (solid lines) and their default values (dashed lines). The numbers on the abscissa indicate individual instances.

が公開されている (注 2)．

図 6(a) は室内を異なる視点から撮影した 2 画像である．左画像に適当に格子を設定し，右画像に対応する点をマウスで指定し，可変テンプレートマッチングにより位置を補正した．各格子点では共分散行列を楕円として表示している．これらの共分散行列を用いて対応点から基礎行列 $\boldsymbol{F}$ を最適に計算した．比較のために式 (2) のデフォルト値を用いて得た値を $\boldsymbol{F}_0$ とし，真の値を $\bar{\boldsymbol{F}}$ とする．ただし “真の値” $\bar{\boldsymbol{F}}$ は注意深く選んだ多数（ここでは 68 個）の対応点からデフォルト値を用いて最適に計算したものである．結果は次のようになった．

$$\|\boldsymbol{F}-\bar{\boldsymbol{F}}\|=0.009806,\quad \|\boldsymbol{F}_0-\bar{\boldsymbol{F}}\|=0.015141$$

同様の実験を画像や格子をいろいろ変えて行った 24 例を図 6(b) に示す．これからも，顕著とはいえないが，画像から計算した共分散行列を用いた最適化によっておおむね精度が向上することがわかる．

6. むすび

以上より次の結論が得られる．

- 特徴点を人手で選んだり特徴抽出オペレータを用いる場合はデフォルト共分散行列で十分である．
- 特徴点がランダムに，あるいは画像の内容と無関係に与えられたとき，
  - 画像の濃淡値から計算した共分散行列はテンプレートマッチングの精度と正の相関がある．
  - 画像の濃淡値から計算した共分散行列を用いると最適計算の精度がわずかではあるが向上する．

特徴点がランダムに，あるいは画像の内容と無関係に与えられる例として，次のような画像の対応付けの半自動システムが考えられる．まず基準画像に規則格子パターンを設定する．人がそれを見て，別の画像の対応する格子点の大まかな位置をマウスで指定する．あるいは同じ格子パターンをコピーし，各格子点をマウスでドラッグして大まかに修正する．最後に各格子点をテンプレートマッチングで精密に補正する．

本論文に示した実画像実験はこのように試作したシステムを用いた．このような方法で選ばれた対応点からモザイク生成や 3 次元復元を行うときには，画像の濃淡値から評価した共分散行列に基づいた最適化計算によって精度が向上することが期待される．

本論文の結論はすべて，あまり多くない実験結果から得られている．シミュレーションによって確定的な結論が得られればよいが，それは不可能である．というのは，何らかの仮定やモデルに基づいて得た手法を検証するのに通常は “その仮定やモデル” に基づいたシミュレーションを行うが，本論文の目的は仮定やモデルが成立しているとは限らない現実のデータに対してどれだけ有効かを確認することだからである．この意味で画像特徴点の統計モデルの有効性とその限界が明らかになった．

文　献

[1] W. Förstner, “Reliability analysis of parameter estimation in linear models with applications to mensuration problems in computer vision,” Comput. Vision Graphics Image Process., vol.40, pp.273–310, Dec. 1987.

[2] C. Harris and M. Stephens, "A combined corner and edge detector," Proc. 4th Alvey Vision Conf., pp.147–151, Manchester, U.K., Aug. 1988.

[3] K. Kanatani, Statistical Optimization for Geometric Computation: Theory and Practice, Elsevier, Amsterdam, 1996.

[4] 金谷健一, 三島　等, "未校正カメラによる２画像からの３次元復元とその信頼性評価," 情処学論: CVIM, vol.42, no.CVIM6, pp.1–8, June 2001.

[5] K. Kanatani, N. Ohta, and Y. Kanazawa, "Optimal homography computation with a reliability measure," IEICE Trans. Inf. & Syst., vol.E83-D, no.7, pp.1369–1374, July 2000.

[6] 金澤　靖, 金谷健一, "幾何学的 AIC による画像モザイク生成の安定化," 信学論 (A), vol.J83-A, no.6, pp.686–693, June 2000.

[7] S. Z. Li, Markov Random Field Modeling in Computer Vision, Springer, Tokyo, 1995.

[8] 松永力, 金谷健一, "平面パタンを用いる移動カメラの校正：最適計算，信頼性評価，および幾何学的 AIC による安定化," 信学論 (A), vol.J83-A, no.6, pp.694–701, June 2000.

[9] 三島　等, 金谷健一, "基礎行列の最適計算とその信頼性評価," 情処研報, 99-CVIM-118-10, pp.67–74, Sept. 1999.

[10] D. D. Morris and T. Kanade, "A unified factorization algorithm for points, line segments and planes with uncertainty models," Proc. Int. Conf. Comput. Vision, pp.696–702, Bombay, India, Jan. 1998.

[11] N. Ohta, "Image movement detection with reliability indices," IEICE Trans., vol.E74, no.10, pp.3379–3388, Oct. 1991.

[12] A. Singh, "An estimation-theoretic framework for image-flow computation," Proc. 3rd Int. Conf. Comput. Vision, pp.168–177, Osaka, Japan, Dec. 1990.

[13] J. Shi and C. Tomasi, "Good features to track," Proc. IEEE Conf. Comput. Vision Patt. Recogn., pp.593–600, Seattle, WA, June 1994.

[14] S. M. Smith and J. M. Brady, "SUSAN—A new approach to low level image processing," Int. J. Comput. Vision, vol.23, no.1, pp.45–78, 1997.

[15] C. Tomasi and T. Kanade, "Detection and tracking of point features," CMU Tech. Rep. CMU-CS-91-132, April 1991; `http://vision.stanford.edu/~birch/klt/`.

付　　録

1. 平滑微分フィルター

重み関数 $w(x,y)$ による連続画像 $I(x,y)$ の平滑化フィルタは次のように書ける．

$$\tilde{I}(x,y) = C\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} w(t-x,s-y)I(t,s)dtds \tag{A·1}$$

ただし C は正規化定数である．上式を x で微分すると次のようになる．

$$\begin{aligned}\tilde{I}_x(x,y) &= -C\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} w_x(t-x,s-y)I(t,s)dtds \\ &= -C\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} w_x(t,s)I(t+x,s+y)dtds\end{aligned} \tag{A·2}$$

離散近似すると次式となる．

$$\tilde{I}_x(i,j) = -C\sum_{(k,l)\in\mathcal{N}_p} w_x(k,l)I(k+i,l+j) \tag{A·3}$$

定数 C を $I(i,j)=i$ のときに恒等的に $\tilde{I}_x(i,j)=1$ となるように定めると，次の x 方向の微分フィルタが得られる．

$$D_x(i,j) = \frac{w_x(i,j)}{\sum_{(k,l)\in\mathcal{N}_p} w_x(k,l)k} \tag{A·4}$$

ただし重み $w(x,y)$ は x, y に関して偶関数であると仮定した．y 方向の微分フィルタも同様にして得られる．重みとして標準的なものはガウス重み $w(x,y)=e^{-(x^2+y^2)/2\sigma^2}$ である．標準偏差 σ は近傍 $\mathcal{N}_p$ の大きさと連動させる．

2. クラメル・ラオの下界

2 変数関数 $I(u,v)$ とデータ I_{ij}, $(i,j)\in\mathcal{N}_p$ が与えられたとき（$\mathcal{N}_p$ は点 p の近傍の格子点の集合），$I_{ij} \approx I(i+x,j+y)$, $(i,j)\in\mathcal{N}_p$ となる (x,y) を定める問題を考える．次のモデルを導入し，これを統計的推測とみなす．

$$I_{ij} = I(i+x,j+y) + \varepsilon_{ij} \tag{A·5}$$

誤差 ε_{ij} は期待値 0，標準偏差 σ_{ij} の正規分布に従う独立な確率変数とすると，データ I_{ij}, $(i,j)\in\mathcal{N}_p$ のゆう度が次のように書ける．

$$p = \prod_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} \frac{e^{-(I_{ij}-I(i+x,j+y))^2/2\sigma_{ij}^2}}{\sqrt{2\pi\sigma_{ij}^2}} \tag{A·6}$$

(x,y) の真の値を $(0,0)$ とすると，「スコア」$l = (\partial\log p/\partial x, \partial\log p/\partial y)^\top$ が次のように書ける．

$$l = \frac{1}{\sigma^2}\begin{pmatrix}\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}\varepsilon_{ij}I_i \\ \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}\varepsilon_{ij}I_j\end{pmatrix} \tag{A·7}$$

ただし $w_{ij} = \sigma^2/{\sigma_{ij}}^2$ とおいた．I_i, I_j は $I(u,v)$ を u, v でそれぞれ微分して $(u,v)=(i,j)$ としたもので

ある．式 (A·7) より「フィッシャー情報行列」が次のように計算される．

$$E[ll^\top] = \frac{1}{\sigma^2}\begin{pmatrix} \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} I_i^2 & \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} I_i I_j \\ \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} I_j I_i & \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} I_j^2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sigma^2} H \qquad \text{(A·8)}$$

ただし H は式 (11) で定義される行列であり，導出には $E[\varepsilon_{ij}\varepsilon_{kl}]$ が $i=k,\ j=l$ のとき ${\sigma_{ij}}^2$，それ以外は 0 となることを用いた．上式より (x,y) の推定値 $(\hat{x},\hat{y})$ の共分散行列を $\Sigma\ (=\sigma^2\Sigma^0)$ とすれば，次の「クラメル・ラオの不等式」が成り立つ [3]．

$$\Sigma \succ \sigma^2 H^{-1} \qquad \text{(A·9)}$$

ただし $\succ$ は左辺と右辺の差が半正値対称行列であることを表す．右辺が「クラメル・ラオの下界」である．

3. オプティカルフローの共分散行列

x, y が小さいと仮定して $I(i+x, j+y) \approx I + I_i x + I_y y$ と近似すれば，式 (A·6) を最大にする最ゆう推定解は次式を最小にするものである．

$$J = \frac{1}{2}\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}(I_{ij} - I - I_i x - I_j y)^2 \qquad \text{(A·10)}$$

これは「こう配拘束条件」[3], [11]

$$I_i x + I_j y = I_{ij} - I \qquad \text{(A·11)}$$

から「オプティカルフロー」(x,y) を重み付き最小 2 乗法で解くことと解釈できる．式 (A·10) を x, y で微分して 0 とおくと次の正規方程式を得る．

$$H\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \sigma^2 l \qquad \text{(A·12)}$$

H, l はそれぞれ式 (11)，(A·7) で定義される量である．この解 $(\hat{x},\hat{y})$ の共分散行列は次のようになる．

$$E\left[\begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{pmatrix}^\top\right] = \sigma^4 H^{-1} E[ll^\top] H^{-1} = \sigma^4 H^{-1}\left(\frac{H}{\sigma^2}\right)H^{-1} = \sigma^2 H^{-1} \qquad \text{(A·13)}$$

これは式 (A·9) のクラメル・ラオの下界と同じ形である．

4. 照度不変テンプレートマッチング

照度を補正する係数 c を導入して

$$J(x,y,\theta,s) = \sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}\Big(cT(i,j) - \mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)} I(i,j)\Big)^2 \qquad \text{(A·14)}$$

を最小化すればよい．上式を c で微分して 0 とおけば，c は次式で与えられる．

$$c = \frac{\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} T(i,j)\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)} I(i,j)}{\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} T(i,j)} \qquad \text{(A·15)}$$

これを式 (A·14) に代入すれば式 (17) が得られる．式 (A·14) の右辺を展開した第 3 項 $\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij}\Big(\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)} I(i,j)\Big)^2$ が x, y, θ, s に依存しないなら，式 (A·14) の最小化も式 (17) の最小化も共に次の「相関関数」の最大化と等価になる．

$$\sum_{(i,j)\in\mathcal{N}_p} w_{ij} T(i,j)\mathcal{T}^{(a,b)}_{(x,y,\theta,s)} I(i,j) \qquad \text{(A·16)}$$

（平成 13 年 4 月 10 日受付，9 月 6 日再受付）

金澤　靖　（正員）

1985 豊橋技科大・工・情報卒．1987 同大大学院修士課程了．(株) 富士電機，群馬高専講師を経て，現在，豊橋技科大知識情報工学系助教授．博（工）．画像処理，コンピュータビジョンの研究に従事．情報処理学会会員．

金谷　健一　（正員）

1972 東大･工･計数 (数理工学) 卒．1979 同大大学院博士課程了．工博．群馬大学工学部情報工学科教授を経て，現在，岡山大学工学部情報工学科教授．米国 Maryland 大学，デンマーク Copenhagen 大学，英国 Oxford 大学，フランス INRIA 客員研究員歴任．