幾何学的計算の最適化とモデル選択*

群馬大学工学部情報工学科　　金谷健一
kanatani@cs.gunma-u.ac.jp

1. 序論

基礎行列、フロー基礎行列、および射影変換を誤差のあるデータから計算する問題を考える。 この最適計算の C++ プログラムはインターネットによって公開されている[1]。基本となる原理は文献 [4, 6] に基いている。

画像の誤差のモデル

データに誤差のある計算では最小二乗法を始めとする発見的な手法が思いつくままに適用されているが、まず誤差のモデル化が必要である。誤差をモデル化すれば、そのモデルのもとでの最適な手法が定まり、そのモデルが成り立つ状況でその手法が最適であることが保証される。誤差のモデル化なしに手法を提案して特定の例でうまくいっても他の状況でうまくいく保証がない。

アウトライア

対応点の誤対応に起因するアウトライアは数学的なモデル化が困難であり、これが発見的手法の好まれる主な理由である。しかし、アウトライア除去を目的とするロバスト推定によりアウトライア除去した後には統計的に最適な計算をすべきである。ロバスト推定と統計的解析に基いた最適計算とは役割が異なり、同一に論じてはならない。

精度の理論限界

新しい手法を提案して "従来の手法" と比較することがよく行われてきたが、これでは手法の最適性について何も言えない。精度の理論限界を導いて、これと比較して初めて手法の優劣が判定できる。

解の信頼性評価

あるアルゴリズムが精度の理論限界を達成するなら、そのアルゴリズムはもはや改良の余地がないという意味で最適である。そしてその限界を評価することによって解の信頼性が定量的に評価できる。これは入力の誤差をテイラー展開によって出力に伝播させる古典的信頼性評価とは対立する方法論である。

モデル選択

多くの未知数を推定しようとすると解が不安定になることがある。もし解がパラメータ空間のある部分空間に拘束されているなら、その部分空間 (これをモデルと呼ぶ) のみを探索すれば解が安定に求まる。どのモデルが正しいかわからないときはモデル選択規準を適用する。代表的なものが幾何学的 **AIC** である [5, 6]。

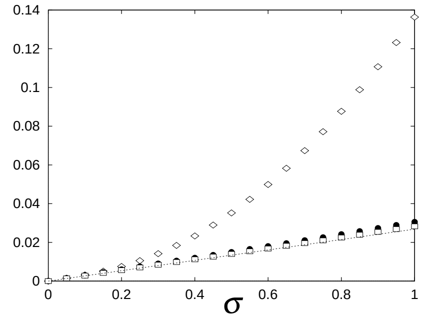


図 1: 基礎行列の精度。

2. 基礎行列

二組の点集合 $\{(x_\alpha, y_\alpha)\}$, $\{(x'_\alpha, y'_\alpha)\}$ が誤差のないときにエピ極線方程式

$$\begin{pmatrix} x_\alpha & y_\alpha & 1 \end{pmatrix} \boldsymbol{F} \begin{pmatrix} x'_\alpha \\ y'_\alpha \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \tag{1}$$

を満たすようにランク 2 の行列 $\boldsymbol{F}$ を計算したい。 $\boldsymbol{F}$ を基礎行列と呼ぶ [10, 12]。

図 1は各点に σ 画素の正規乱数を加えて計算した基礎行列 $\boldsymbol{F}$ ($\|\boldsymbol{F}\| = 1$ と正規化する) の 100 回の独立な試行の平方平均二乗誤差である。 ● はくりこみ法 [3] とよぶ手法で計算した結果であり、 □ はその解に拘束条件 $\det \boldsymbol{F} = 0$ を最適に課したものである [9]。破線は理論的下界であり、解がこれを達成していることがわかる。 ◇ は比較のために示した最小二乗法 (代数的距離最小化) の解である [2]。

3. フロー基礎行列

点集合 $\{(x_\alpha, y_\alpha)\}$ とその各点の速度 (オプティカルフロー) $\{(\dot{x}_\alpha, \dot{y}_\alpha)\}$ が誤差のないときにオプティカルフローエピ極線方程式

$$\begin{pmatrix} x_\alpha & y_\alpha & 1 \end{pmatrix} \boldsymbol{W} \begin{pmatrix} \dot{x}_\alpha \\ \dot{y}_\alpha \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_\alpha & y_\alpha & 1 \end{pmatrix} \boldsymbol{C} \begin{pmatrix} x_\alpha \\ y_\alpha \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \tag{2}$$

*本研究の一部は文部省科学研究費基盤研究 C (2) (No. 11680377) によった。

[1] http://www.ail.cs.gunma-u.ac.jp/~kanatani/j

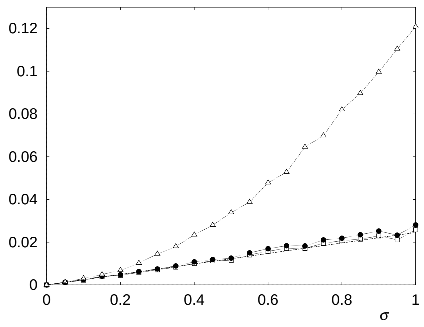


図 2: フロー基礎行列の精度。

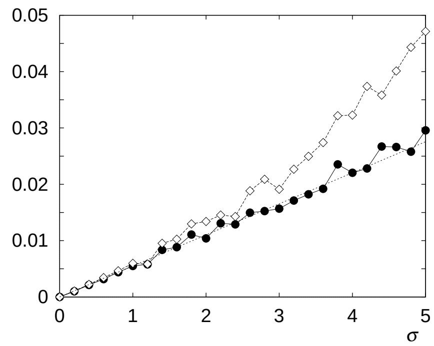


図 3: 射影変換の精度。

を満たすように反対称行列 $\boldsymbol{W}$ と対称行列 $\boldsymbol{C}$ を計算したい [1]。 $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{C} + \boldsymbol{W}$ をフロー基礎行列と呼ぶ。

図 2は各点に σ 画素の正規乱数を加えて計算したフロー基礎行列 $\boldsymbol{F}$ ($\|\boldsymbol{F}\| = 1$ と正規化する) の 100 回の独立な試行の平方平均二乗誤差である。 ● はくりこみ法で計算した結果であり、 □ はその解に分解可能条件と呼ばれる拘束条件を最適に課したものである [11]。破線は理論的下界であり、解がこれを達成していることがわかる。 ◇ は比較のために示した最小二乗法 (代数的距離最小化) の解である [1]。

4. 射影変換の計算

二組の点集合 $\{(x_\alpha, y_\alpha)\}$, $\{(x'_\alpha, y'_\alpha)\}$ が誤差のないときに射影変換

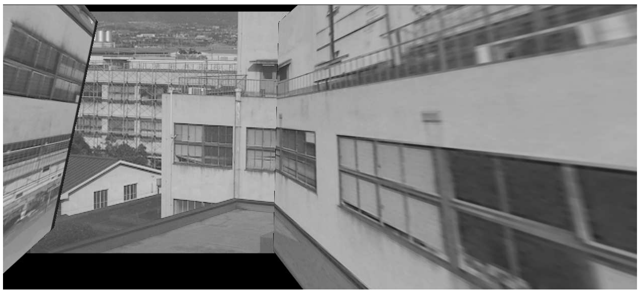
$$\begin{pmatrix} x'_\alpha \\ y'_\alpha \\ 1 \end{pmatrix} \simeq \boldsymbol{H} \begin{pmatrix} x_\alpha \\ y_\alpha \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{3}$$

で結ばれるように正則行列 $\boldsymbol{H}$ を計算したい ($\simeq$ は一方の辺が他方の辺の定数倍であることを表す)。

図 3は各点に σ 画素の正規乱数を加えて計算した射影変換の行列 $\boldsymbol{H}$ ($\|\boldsymbol{H}\| = 1$ と正規化する) の 100 回の独立な試行の平方平均二乗誤差である。 ● はくりこみ法で計算した結果であり [8]、点線は理論的下界である [7]。解がこれを達成していることがわかる。 ◇ は比較のために示した最小二乗法 (代数的距離最小化) の解である。

5. モデル選択

複数の画像に射影変換を適用して一枚の画像に合成する技法はモザイク生成と呼ばれている。このとき画像間の重なりが小さいと射影変換の計算が非常に不安定となる [8]。しかし、実際の多くの画像はアフィン変換や相似変換などの射影変換の部分群でよく近似できる。部分群が指定されれば、その少ないパラメータが安定に計算できる。どの部分群が妥当かを自動的に判定するには幾何学的 **AIC**[5, 6] を用いるのが効果的である [7](図 4)。



(a)

(b)

図 4: (a) 最適射影変換によるモザイク生成。 (b) モデル選択によるモザイク生成。

5. まとめ

ここに示した最適計算とモデル選択の手法はコンピュータビジョンやロボット応用のみならず、多くのメディア処理において重要な役割を果たすと思われる。

参考文献

[1] M. J. Brooks, W. Chojnacki and L. Baumera, Determining the egomotion of an uncalibrated camera from instantaneous optical flow, *J. Opt. Soc. Am.*, A, **14**-10 (1997), 2670-2677.

[2] R. I. Hartley, In defense of the eight-point algorithm, *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell.*, **97**-6 (1997), 580–593.

[3] 金谷健一, コンピュータビジョンのためのくりこみ法, 情報処理学会論文誌, **35**-2 (1994), 201–209.

[4] 金谷健一, 「空間データの数理 — 3次元コンピューティングに向けて —」, 朝倉書店, 1995.

[5] 金谷健一, 情報量基準による幾何学的モデル選択, 情報処理学会論文誌, **37**-6 (1996), 1073–1080.

[6] K. Kanatani, *Statistical Optimization for Geometric Computation: Theory and Practice*, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 1996.

[7] 金澤 靖, 金谷 健一, 幾何学的 AIC によるモザイク生成の安定化, 情報処理学会研究報告, 99-CVIM-117-5, 1999-5, pp. 31–38.

[8] 金澤 靖, 太田 直哉, 金谷 健一, 射影変換行列の最適計算によるモザイク生成, 情報処理学会研究報告, 99-CVIM-116-2, 1999-5, pp. 9–16.

[9] 三島等, 金谷健一, 基礎行列の最適計算とその信頼性評価, 情報処理学会研究報告, 99-CVIM-118-10, 1999-9, pp. 73–80.

[10] 佐藤淳, 「コンピュータビジョン — 3次元復元の幾何学 —」, コロナ社, 1999.

[11] 清水慶行, 金谷健一, オプティカルフロー基礎行列の最適計算とその信頼性評価, 情報処理学会研究報告, 99-CVIM-118-11, 1999-9, pp. 81–88.

[12] 徐剛, 辻三郎, 「3次元ビジョン」, 共立出版, 1998.