

assembly of a unit element composed of two particles, which is named "two particles model". According to this model, the sliding displacements between two particles across the potential sliding plane were formulated by considering the mechanism of disappearance and generation of angles of interparticle contacts. A new stress-strain equation was derived from the relationship of these sliding displacements, and compared with results of a cyclic simple shear test on aluminium rod mass. Furthermore, the proposed stress-strain relationship in a two-dimensional state was extended to that in a three-dimensional state by introducing the concept of "Spatial Mobilized Plane" (SMP), and compared with results of true triaxial tests on Toyoura sand.

研究報告

斜面上を流下する粒子流

Flow of Granular Materials on an Inclined Plane

金谷 健一*

Ken-ichi Kanatani

1. はじめに

筆者は粒状体の基礎的な研究を連続体力学の立場から展開している^{1,2)}。前報³⁾においては粒子間摩擦の影響を厳密に吟味し、粒子接触力の算定、変分原理による定式化、臨界応力条件の導出、偶応力の効果などを調べた。本報では粒子間の衝突を考慮して、実験事実との比較を行なう。前報の結果によれば、粒子回転の影響は境界付近を除けばきわめて小さく、一般には粒子の回転を無視して差しつかえないことがわかったが、本報ではまず速度と回転とを独立に扱って理論構成し、結果において回転の効果を無視する。これは次の理由による。粒子間摩擦や衝突の大きさを定めるのは粒子同士の相対運動である。この相対運動は粒子系が回転せずに剪断運動を行なっても、粒子は移動せず回転のみ行なっても生じる。ゆえに粒子間相互作用に関して粒子の剪断運動と回転運動との間にある等価関係が存在する。調べたいのは粒子の剪断運動であるが、これを直接調べるかわりに、各粒子が等価な回転のみ行なう仮想的な場合を調べるわけである。本報のもうひとつの特徴は、各粒子の運動に不規則な乱れを考え、その乱れがある平衡状態を保ち、粒子の状態を定める状態方程式が存在するという考え方である。その状態方程式は簡単な微視的モデルによって定め

る。こうした理論構成の後、斜面上を流下する粒子流を解析し、古くから行なわれている実験結果との比較を行なう。

2. 運動の基礎方程式

粒子 P の速度と回転速度とをそれぞれ $v_i(P)$, $\omega_{ji}(P)$ とする。以下前報と同じテンソル記法を用いる。この速度と回転速度とは粒子ごとに不規則に異なっている。そこで粒子を数個含んでいる領域（これを近傍領域とよぶ）で平均した値をそれぞれ v_i , ω_{ji} とし、次のように表わす。

$$v_i(P) = v_i + v'_i(P), \quad \omega_{ji}(P) = \omega_{ji} + \omega'_{ji}(P) \quad \dots\dots(1)$$

第二項は平均 0 の不規則な乱れの部分である。 v_i , ω_{ji} は平均操作によって得られた量であるから連続変数として扱うことができる。流れの中のある領域 V に対する力学的保存則はそれぞれ次のように表される。

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = 0 \quad (\text{質量保存則}) \quad \dots\dots(2)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho v^i dV = \int_V \rho b^i dV + \int_S \sigma^{ji} n_j dS \quad (\text{運動量保存則}) \quad \dots\dots(3)$$

昭和54年8月24日受理

* 群馬大学工学部情報工学科 (〒376 桐生市天神町1-5-1)
TEL 0277-22-3181

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_V (2\rho x^{[j} v^{i]} + \frac{2}{5} \rho a^2 \omega^{ji}) aV \\ &= \int_V 2\rho x^{[j} b^{i]} dV + \int_S (2x^{[j} d^{k[i} n_k \\ & \quad + \mu^{kji} n_k] dS \quad (\text{角運動量保存則}) \quad \dots\dots(4) \end{aligned}$$

これらはすべて前報と同一であり、 ρ はみかけの密度、 b^i は単位質量当りの外力、 x^i は位置ベクトル、 a は粒子半径、 S は領域 V の境界面で n_i はその外向単位法線ベクトルである。(2), (3), (4)式において乱れの項 v_i^i, ω_{ji}^i は体積積分による平均操作で打ち消されている。 σ^{ji} は応力テンソル、 μ^{kji} は偶応力テンソル(前報参照)である。(2), (3), (4)式に部分積分を適用すると次の方程式を得る。

$$d\rho/dt + \rho \partial_i v^i = 0 \quad (\text{連続の方程式}) \quad \dots\dots(5)$$

$$\rho dv^i/dt = \partial_j \sigma^{ji} + \rho b^i \quad (\text{運動方程式}) \quad \dots\dots(6)$$

$$\begin{aligned} (2/5) \rho a^2 d\omega^{ji}/dt &= \partial_k \mu^{kji} + 2\sigma^{[ji]} \\ & \quad (\text{角運動方程式}) \quad \dots\dots(7) \end{aligned}$$

ただし $\partial_i = \partial/\partial x^i, d/dt = \partial/\partial t + v^i \partial_i$ である。これらも前報と同一である。

一方、(1)式より近傍領域での運動エネルギーの平均は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \rho v_i v_i + \frac{1}{10} \rho a^2 \omega_{ji} \omega_{ji} + \frac{1}{2} \overline{\rho v_i v_i'} \\ & \quad + \frac{1}{10} \rho a^2 \overline{\omega_{ji}' \omega_{ji}'} \quad \dots\dots(8) \end{aligned}$$

バー(—)は近傍領域での平均を表す。ここで乱れの平均は0であることを用いた。運動量や角運動量は速度、回転速度の一次式であったが、エネルギーのような二次の量に関して始めて乱れの影響が現れる。(8)の最初の二項が連続的にみた並進、回転のエネルギーである。後の二項は乱れのエネルギーであり、「内部エネルギー」とみなされるべきものである。そこで単位質量当りの内部エネルギー ϵ を次のように定義する。

$$\epsilon = (1/2) \overline{v_i v_i'} + (1/10) a^2 \overline{\omega_{ji}' \omega_{ji}'} \quad \dots\dots(9)$$

これは平均操作によって得られているから連続変数である。領域 V の運動エネルギー K との内部エネルギー U とはそれぞれ次のように表せる。

$$K = \int_V [(1/2) \rho v_i v_i + (1/10) \rho a^2 \omega_{ji} \omega_{ji}] dV \quad \dots\dots(10)$$

$$U = \int_V \rho \epsilon dV \quad \dots\dots(11)$$

エネルギー保存則は次のように表せる。

$$dK/dt + dU/dt = d'W/dt + d'Q/dt \quad \dots\dots(12)$$

ただし $d'W/dt$ は外力のする仕事率、 $-d'Q/dt$ は内部の摩擦や衝突による散逸部分であり、それぞれ次のように表せる。

$$\begin{aligned} d'W/dt &= \int_V \rho b^i v_i dV + \int_S (\sigma^{ji} n_j v_i \\ & \quad + (1/2) \mu^{kji} n_k \omega_{ji}) dS \quad \dots\dots(13) \end{aligned}$$

$$d'Q/dt = \int_V q dV - \int_S h^i n_i dS \quad \dots\dots(14)$$

(13)式右辺第一項は外力 b^i のする仕事率であり、第二項は領域表面の応力 $\sigma^{ji} n_j$ と偶応力 $\mu^{kji} n_k$ のする仕事率である。また(14)式で $-q$ は粒子間摩擦や衝突で単位時間、単位体積中に失われる仕事であり、 h^i は隣接する粒子に衝突して乱れが伝播してゆく部分である。熱力学にならって q を「熱源」、 h^i を「熱流」とよぶことができる。このとき「熱」は粒子の不規則な運動と同義である。(10), (11), (13), (14)式を(12)式へ代入して部分積分を行なうと次の関係を得る。

$$\rho d\epsilon/dt = -p \partial_i v^i + \Phi + q - \partial_i h^i \quad \dots\dots(15)$$

ただし $p = -(1/3) \delta_{jk} \sigma^{kk}$ は静圧力、 δ_{jk} は Kronecker のデルタである。 Φ は前報と同様に次の形式である。

$$\Phi = \sigma^{ji} E_{ji} + \sigma^{(ji)} R_{ji} + (1/2) \mu^{kji} \Omega_{kji} \quad \dots\dots(16)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma^{ji} &\equiv \sigma^{(ji)} - (1/3) \delta_{ji} \sigma^{kk} \\ E_{ji} &\equiv \partial_{(j} v_{i)} - (1/3) \delta_{ji} \partial_k v^k \\ R_{ji} &\equiv \partial_{[j} v_{i]} - \omega_{ji} \quad \Omega_{kji} \equiv \partial_k \omega_{ji} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(17)$$

$\tilde{\sigma}_{ji}$ は応力テンソルの偏差成分であり、剪断応力を表す。 E_{ji} は速度勾配 $\partial_j v_i$ の対称部分の偏差成分であり、剪断変形速度を表す。 R_{ji} は速度場の回転 $\partial_{[j} v_{i]}$ と粒子回転 ω_{ji} との差であり、 Ω_{kji} は回転速度勾配である。

以上より、もし $\sigma^{ji}, \mu^{kji}, q, h^i$ を $\rho, v_i, \omega_{ji}, \epsilon$ およびそ

これらの導関数によって与える構成方程式が得られれば (5), (6), (7), (8) 式がそれぞれ $\rho_j, v_i, \omega_{ji}, \varepsilon$ の発展方程式を与えるので系の状態が完全に記述される。しかし、そのような構成方程式を導くには複雑な粒子間相互作用のすべてを知らねばならずきわめて困難である。しかも、仮に構成方程式を得ても系の記述は複雑となる。たとえば流れが巨視的に静止している ($v_i=0, \omega_{ji}=0$) としても、静止に至る運動の履歴によっては乱れ v_i', ω_{ji}' はまだ存在しているかも知れない。しかしながらそのような乱れはすみやかに減衰して静止状態に至るであろう。流れの中でもその流れがある程度持続すれば乱れはすみやかに発達して、ある平衡状態を維持するであろう。そこで内部エネルギー密度 ε が運動の履歴によらず、現在の流れの状態のみによって「状態方程式」

$$\varepsilon = \varepsilon(v_i, \partial_j v_i, \omega_{ji}, \partial_k \omega_{ji}) \quad \dots\dots(18)$$

と表されるとき、流れは「局所平衡状態」あるいは単に「平衡状態」であるということにする。平衡状態では応力のする仕事は二種類に分けられる。ひとつは粒子間の衝突で生じる圧力 p のする「熱の仕事」であり、これは内部エネルギーの変化でもある。他方は粒子間の摩擦や衝突で消費される「散逸仕事」であり、 $E_{ji}, R_{ji}, \Omega_{kji}$ に対してされると考えてよい。熱流 h_i も平衡状態では乱れの伝播がつりあって 0 になるとする。以上の仮定より (8) 式は次のように分割できる。

$$\rho d\varepsilon/dt = -p \partial_i v_i, \quad -q = \Phi \quad \dots\dots(19)$$

3. 状態方程式と構成方程式

粒子は半径 a 、質量 m の剛体球とし、比較的密な流れを考える。すなわちみかけの密度 ρ がランダム充てん状態の密度 ρ_0 に近い、いかえれば粒子の平均自由行程が a に比べて十分小さい場合を考える。このとき各粒子は絶えず隣接する粒子と衝突を繰り返している。そこで次のような微視的モデルを考える (Fig.1)。流れの中のある粒子の近傍領域をとる。その体積に含まれている粒子数で割ったものは $V=m/\rho$ であり、これは一粒子当りの占める空間である。これを球状の領域と考えた場合の半径 $V=(3V/4\pi)^{1/3}$ を「占有半径」とよぶことにする。Fig.1のように粒子は占有半径に等しい半径をもつ剛体の球面壁と衝突を繰り返していると考えられる。粒子のランダム充てん状態における占有半径を r_0 とすれば、粒子が衝突せず動く距離 (平均自由行程) は $2(r-r_0)$ である。乱れ速度を v' とすれば粒子は壁と単位時間当たり $v'/2(r-r_0)$ 回衝突し、一回の衝突で壁に与えられる運動量は

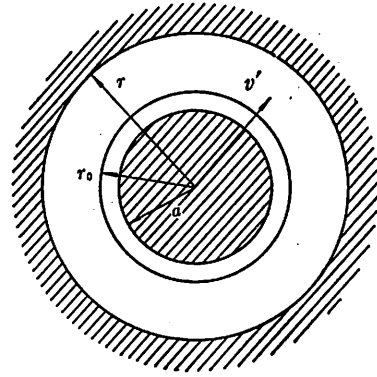


Fig.1 A particle is assumed to repeat collisions against a spherical wall.

$2mv'$ であるから、壁の受ける圧力は $p=mv'^2/4\pi r^2(r-r_0)=\rho\rho_0 v'^2/3(\rho_0-\rho)^{1/2}\rho_0^{3/2}$ となる*。仮定により $\rho \approx \rho_0$ であるので分母の Taylor 展開 $\rho_0-\rho \approx \rho_0^{1/2}(\rho_0-\rho)^{1/2}$ の第一項のみとれば次のようになる。

$$p = \rho_0 \rho v'^2 / (\rho_0 - \rho) \quad \dots\dots(20)$$

次に散逸仕事 $\Phi (= -q)$ を求める。粒子の回転の乱れ ω_{ji}' は平均回転 ω_{ji} に比べて小さいとすれば前報と同様の議論が成立し、次のようになる。

$$\Phi = \sqrt{6} \mu (a/r) p \hat{\omega} \quad \dots\dots(21)$$

ただし μ は粒子の摩擦係数であり

$$\hat{\omega} = \sqrt{\frac{3}{10} E_{ji} E_{ji} + \frac{1}{2} R_{ji} R_{ji} + \frac{a^2}{10} (\Omega_{kji} \Omega_{kji} + \Omega_{kji} \Omega_{kji} + \Omega_{kji} \Omega_{kji})} \quad \dots\dots(22)$$

である。最後に平均乱れ速度 v' を求める。このためには内部エネルギー密度 $\varepsilon(v_i, \partial_j v_i, \omega_{ji}, \partial_k \omega_{ji})$ の形を知る必要がある。この関数形は座標軸の並進と回転とに不変なテンソル式でなければならぬので、 ε は E_{ji}, Ω_{kji} の関数であると結論できる。ところが前報で調べたように (2) 式の $\hat{\omega}$ が粒子間の接触量を表すので $\varepsilon = \varepsilon(\hat{\omega})$ と考えるのが自然である。 $\hat{\omega}$ に関する回転と剪断との等価性を次のように利用する。特に粒子は平均速度 0、乱れ速度

* 占有半径 r が $r+\delta r$ になったとすれば壁面の圧力のする仕事は $p \times 4\pi r^2 \delta r$ である。単位体積中には粒子が V^{-1} 個あるから、単位体積中の仮想仕事は $4\pi r^2 p V^{-1} \delta r = p V^{-1} \delta V$ であり $V^{-1} \delta V$ が単位体積の体積増分であるから p が巨視的に正しい圧力を与えている。

v_i' , 平均角速度 ω_{ji} の回転をしている仮想状態を考える。このとき $\hat{\omega} = \sqrt{(1/2)\omega_{ji}\omega_{ji}}$ であるから, 乱れ成分 ω_{ji}' が ω_{ji} に比べて小さいとすれば粒子の回転の運動エネルギーは $(1/5)ma^2\hat{\omega}^2$ である。一方 $v' = \sqrt{v_i'v_i'}$ とおけば並進の乱れの運動エネルギーは $(1/2)mv'^2$ である。このような状態では粒子の回転エネルギーが増加するにつれて乱れのエネルギーも増加するであろう。そこで両者の比を一定であると考えて

$$(1/2)mv'^2 = T_e(1/5)ma^2\hat{\omega}^2 \quad \dots\dots(23)$$

とおく。 T_e は摩擦係数や反発係数による無次元定数である。これより

$$\varepsilon = (1/5)T_e\rho a^2\hat{\omega}^2, \quad v' = (\sqrt{10}/5)\sqrt{T_e}a\hat{\omega} \quad \dots\dots(24)$$

を得る。この v' を(24)式へ代入し, その結果を(24)式へ適用すれば p と Φ とは次のように定まる。

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{2}{5}T_e a^2 \frac{\rho_0\rho}{\rho_0-\rho} \hat{\omega}^2 \\ \Phi &= \frac{2\sqrt{6}}{5}T_e \mu \frac{a^3}{r} \frac{\rho_0\rho}{\rho_0-\rho} \hat{\omega}^3 \end{aligned} \right\} \dots\dots(25)$$

Φ は E_{ji} , R_{ji} , Ω_{kji} の三次同次式になっているので Euler の定理により

$$\Phi = \frac{1}{3} \frac{\partial \Phi}{\partial E_{ji}} E_{ji} + \frac{1}{3} \frac{\partial \Phi}{\partial R_{ji}} R_{ji} + \frac{1}{3} \frac{\partial \Phi}{\partial \Omega_{kji}} \Omega_{kji} \quad \dots\dots(26)$$

となる。(25)式と比較して, 構成方程式

$$\bar{\sigma}^{ji} = \frac{1}{3} \frac{\partial \Phi}{\partial E_{ji}}, \quad \sigma^{(ji)} = \frac{1}{3} \frac{\partial \Phi}{\partial R_{ji}}, \quad \frac{1}{2} \mu^{kji} = \frac{1}{3} \frac{\partial \Phi}{\partial \Omega_{kji}} \quad \dots\dots(27)$$

となる。このような等価散逸力の決定法に関しては前報で詳しく議論した。結果は次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}^{ji} &= \frac{3}{10} a^2 \rho_0 C(\rho) \hat{\omega} (\partial_{(j} v_{i)}) - \frac{1}{3} \delta_{ji} \partial_k v^k \\ \sigma^{(ji)} &= \frac{1}{2} a^2 \rho_0 C(\rho) \hat{\omega} (\partial_{(j} v_{i)}) - \omega_{ji} \\ \mu^{kji} &= \frac{1}{5} a^4 \rho_0 C(\rho) \hat{\omega} (\delta_{k(j} \partial_{l} \omega_{l(i)}) + \partial_k \omega_{ji} \\ &\quad - \partial_{(j} \omega_{i)k}) \end{aligned} \right\} \dots\dots(28)$$

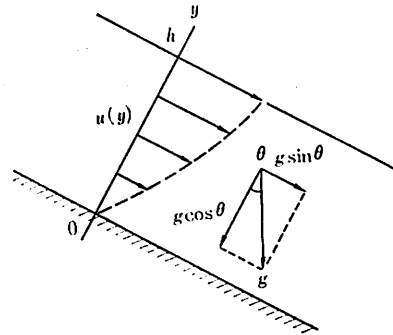


Fig.2 Inclined gravity flow.

そして応力 σ_{ji} は $\sigma_{ji} = -p\delta_{ji} + \bar{\sigma}^{ji} + \sigma^{(ji)}$ により与えられる。ただし $C(\rho)$ は次の無次元関数である。

$$C(\rho) \equiv \frac{2\sqrt{6}}{5} T_e \mu \frac{a}{r} \frac{\rho}{\rho_0 - \rho} \quad \dots\dots(29)$$

4. 斜面を流下する粒子流

Fig. 2 のような斜面を流下する粒子流を考える。粒子径が流れの厚さに比べて小さいとき ($a/h \ll 1$) 前報で調べたように粒子回転の影響は無視できて $R_{ji} = 0$ とおいてよい。このとき垂直圧 (= 静圧力) p と剪断応力 σ_{yx} とは(28)式より

$$\left. \begin{aligned} p &= (\sqrt{6}/40\mu) a \rho_0 r C(\rho) (\partial u / \partial y)^2 \\ \sigma_{yx} &= (3\sqrt{15}/200) a^2 \rho_0 C(\rho) (\partial u / \partial y)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(30)$$

となり, いずれも $(\partial u / \partial y)^2$ に比例している。運動方程式は(6)式より

$$\left. \begin{aligned} \rho \partial u / \partial t &= \rho g \sin \theta + \partial \sigma_{yx} / \partial y \\ 0 &= -\rho g \cos \theta - \partial p / \partial y \end{aligned} \right\} \dots\dots(31)$$

となる。これに(30)式を代入して u, p を直接求積することは非線形性のため困難である。そこで単純剪断流を考えた $\partial u / \partial y = \text{const.}$ とすると(31)の第二式が積分できて密度分布 $\rho(y)$ が次の陰関数で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} y/h_0 &= 1 + \alpha \{ 1 - \log(\alpha \rho / (\rho_0 - \rho)) \\ &\quad - \rho_0 / (\rho_0 - \rho) \} \\ \alpha &\equiv (3T_e a^2 / 50g h_0 \cos \theta) (\partial u / \partial y)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(32)$$

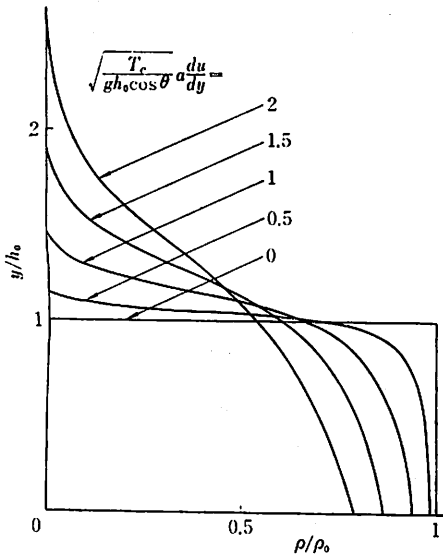


Fig.3 The density profile for the flow.

ただし、 h_0 は静止状態での層の厚さである。Fig.3はこれを図示したものであり、剪断の増加が内部の乱れを増大させ、流れが「熱膨張」することがわかる。この密度分布 $\rho(y)$ のもとで加速度 $\partial u/\partial t$ を式(31)より計算する。式(32)を代入して

$$\left. \begin{aligned} \partial u/\partial t &= g \sin \theta \left\{ 1 - \beta^{-1} (\rho/\rho_0)^{1/3} (4 - \rho/\rho_0) \right\} \\ \beta &= \sqrt{10} \sqrt[3]{4\pi\rho_0/3m \tan \theta} / \mu a \end{aligned} \right\} \dots\dots(33)$$

となる。底面付近で定常 ($y=0$ で $\partial u/\partial t=0$) なら $\beta = (\rho(0)/\rho_0)^{1/3} (4 - \rho(0)/\rho_0)$ より

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g \sin \theta \left\{ 1 - \left(\frac{\rho(y)}{\rho(0)} \right)^{1/3} \frac{4\rho_0 - \rho(y)}{4\rho_0 - \rho(0)} \right\} \dots\dots(34)$$

であり、Fig.4のようなになる。上面付近の体積膨張が生じた部分に大きな加速度の生じることがわかる。 $\rho(y)$ が時間的にほぼ一定であれば、速度分布の時間変化はFig.5の例のようなになる。

5. 実験事実との対応

高橋⁴⁾は一定長さのといを傾けて上端から砂を供給し、下端から少し離れた床の上に自由落下させ、飛行の距離より下端における速度を推定している。その結果、といの角度が小さいときは下端での速度は一様に角度とともに増加するが、ある角度に達すると急激に増加する

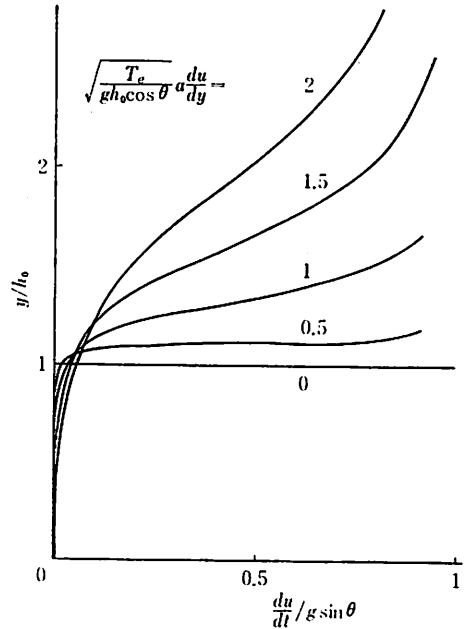


Fig.4 The acceleration profile for the flow.

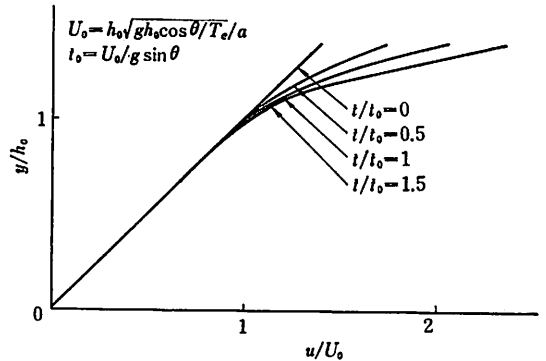


Fig.5 The velocity profile for the flow.

ことがわかる。その角度に達するとそれまで整然と流れていた砂が粒子間に激しい衝突を始めて乱れが発達することがわかる。この二種類の流れは本理論では前報の完全塑性流動状態と本報の衝突のある流れとに対応している。林ら³⁾、大山⁹⁾、庄司⁷⁾らも同様の実験を行なっている。小野⁹⁾は透明な壁面をもつといで流下層内部の写真解析を行なって、上層ほど加速度、速度が大きく、また飛びはねる運動の激しいことを観察した。これは本理論の結果と一致している。また小野はFig.5のような速度分布も観測している。Bagnold⁹⁾は流れの中の応力を測定して、単純剪断流では剪断応力、垂直応力ともに速度勾配の二乗に比例することを確認した。これも式(34)の結果に一致する。Savage¹⁰⁾はガラス球の流下実験を大規

模に行ない、小野や Bagnold の結果を確認している。

6. まとめ

前報で調べた粒子流の摩擦による流動特性に加えて、粒子間の衝突をも考慮した連続体理論を構成した。基本方針は次の通りである。(1)粒子の運動は平均部分と乱れの部分からなる。(2)乱れは局所平衡状態を維持する。(3)状態方程式を球面壁との衝突モデルにより定める。(4)粒

子回転と剪断運動との等価性によるエネルギー比例分配により乱れの大きさを定める。以上の結果を用いて斜面上を流下する粒子流の解析を行ない、古くからの実験事実との比較を行なった。その結果、応力の速度勾配に関する二乗則、粒子間の衝突による上層の体積膨張、上層の大きな加速度などの事実をよく説明できることがわかった。本理論を用いればさらに非平衡な状態の記述も可能である²⁾。

引用文献

- 1) 金谷健一：日本機械学会論文集，45—392，507 (1979)
- 2) 金谷健一：日本機械学会論文集，45—392，515 (1979)
- 3) 金谷健一：粉体工学会誌，16—8，445 (1979)
- 4) 高橋浩一郎：気象集誌，2—14，566 (1936)
- 5) 林輝夫，ほか：応用物理，6，507 (1937)
- 6) 大山義年：理研彙報，19，1052 (1940)
- 7) 庄司英信：農業機械学会誌，11，134 (1947)
- 8) 小野英二：応用物理，36，347 (1967)
- 9) Bagnold, R.A. : *Proc. Roy. Soc.*, A225, 49 (1954) ; A295, 219 (1966)
- 10) Savage, S.C. : *J. Fluid Mech.*, 92, 53 (1979)

質疑応答

井上(東大)：「斜面上を流下する粒子流」は粒径、粒子形状、粒子密度などによる粒子の偏析現象に関連して興味あるテーマだと思う。これらの変数についての混合粒子群については、どのような解が予測されるか。

著者：粒径に分布がある場合は理論化のもっとも困難な問題のようである。

粒子の摩擦係数、表面形状などは平均的なもので置き換えてよいが、たとえば粒径が異なる粒子同士の接触の仕方は何種類もあり、理論化が極めて困難である。この粒径分布の問題は粉体のモデル化のあらゆる局面で生じる困難であると思われる。

油谷(東京農工大)：傾斜樋内の具体的粒子流の解析に対し、本発表の連続体力学が適用できる適用範囲はどのように定められるか。

また、従来のビンガムモデルとの対応はどのように考えられるか。

著者：想定している状況は高速度、低圧力の流れである。高速度とは、すべての粒子が互いに相対的に運動し、慣性力に比較して空気力が無視できる程度であり、低圧力とは粒子が剛体とみなせるような場合である。また、解析の対象となるのは、対象となる領域での流れがほぼ一様なパターンをとる場合である。傾斜樋であれば、粒子層が10層程度であれば以上の条件が満たされると思われる。しかし、たとえばホッパー内の流れに適用するのは困難であろう。

粒子は近接粒子としか作用しないので、分子運動に基づく粘性とは異なり、速度勾配の影響は小さい。したがって、粘性流やビンガム流体は適用できないと思われる

Author's Abstract

Flow of Granular Materials on an Inclined Plane

by

Ken-ichi KANATANI

(Department of Computer Science, Gunma University)

The author's theory in the previous paper is extended and compared with experimental observations. The material is assumed to consist of cohesionless rigid spheres of uniform size and weight, and interparticle friction and collisions are assumed to take place. The velocity fluctuations of the particles are determined by equations of state under the assumption of local equilibrium. A simple microscopic model and an equivalence principle of particle interactions are utilized. The analysis of the flow on an inclined plane reveals that various experimental facts such as the power law and the dilatation and acceleration of the upper layer are well accounted for by the present theory.