

内部拘束を持つ 3 次元運動の最適計算法と幾何学的モデル選択への応用

Optimal Computation of Internally Constrained 3-D Motion and Its Application to Geometric Model Selection

松永 力†, 金谷 健一‡

Chikara Matsunaga† and Kenichi Kanatani‡

† 株式会社朋栄佐倉研究開発センター, matsunaga@for-a.co.jp

‡ 岡山大学大学院自然科学研究科, kanatani@suri.cs.okayama-u.ac.jp

概要：空間をわずかに移動する複数の点の移動前後の位置を 3 次元センサーで計測し、どのような並進、回転、スケール変化が生じているのか、あるいは生じていないのかを判断するモデル選択のために、誤差のある 3 次元データにさまざまな運動モデルを最適に当てはめる新しい方法を提案する。これは、3 次元アフィン変換の部分群が変数にさまざまな内部拘束を指定して得られることに着目して、内部拘束をもつ 3 次元アフィン変換を拡張 FNS 法によって計算するものである。これにより、従来のように運動ごとに別々のパラメータを導入する必要がなく、すべての部分群が同一の方法で計算できる。そして、この手法をステレオ視による 3 次元復元シミュレーションデータや GPS で計測した地盤の移動データに対する幾何学的 AIC, 幾何学的 BIC, 幾何学的 MDL によるモデル選択に応用する。

<キーワード> 3 次元アフィン変換, 拡張 FNS 法, 幾何学的モデル選択, ステレオ視, GPS 測量データ

1 はじめに

ステレオ視やレンジファインダーなどの 3 次元センサーによって空間をわずかに移動する複数の点の移動前後の位置を計測したとき、どのような並進、回転、スケール変化が生じているのか、あるいは生じていないのかを判断する問題を考える。これは静止した対象を複数のセンサーで計測したとき、結果が同一であるのか、異なるのか、すなわち、これは数値的な差が観測の精度を考慮すれば無視できる差なのか、それとも意味のある差なのかを判断する問題でもある。そのためには、二組の 3 次元位置が同一である、スケールが異なっている、位置が異なっている、向きが異なっている、あるいはそれらが組み合わさっているなどのさまざまなモデルを導入して、その妥当性を判断することになる。

モデルの妥当性は誤差の統計的性質を考慮した残差（正確には「マハラノビス距離」）で測るのが普通であるが、よく知られたように、複雑な（すなわち多数のパラメータを持つ）モデルほど残差が小さくなる。この残差とモデルの複雑さをバランスさせた評価法が「モデル選択」である。そして、幾何学的モデルに対するモデル選択規準として「幾何学的 AIC」「幾何学的 BIC」, 「幾何学的 MDL」が提案されている。

幾何学的モデル選択のためには、まず各モデルを最適に当てはめて、その残差を計算しなければならない。しかし、従来の方法はモデルごとに計算法が異なっている。それはパラメータが異なるからである。例えば並進はその x, y, z 成分を指定すればよいが、回転が加わると、四元数やリー代数の方法などのパラメータが必要である。そして、パラメータごとに残差のパラメータに関する導関数が異なり、別々に評価しなければならない。

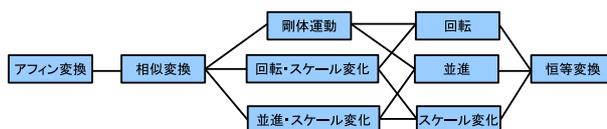


図 1 3 次元アフィン変換の部分群の包含関係。

本論文ではモデル間の階層構造を利用して、何らのパラメータを導入することなしに異なるモデルを同じ方法で統一的に計算する手法を提案する。本論文で考えるモデルは恒等変換、並進、回転、拡大縮小、およびそれらの組せである。これらはすべてアフィン変換の部分群であり、部分群に対する最適計算はアフィン変換に対する最適計算に拘束条件を付加したものであることに着目する。これらの部分群の包含関係を図 1 に示す。

拘束条件を付加した最適計算を統一的に計算する手法として「拡張 FNS 法」が提案されている。これはもともと 2 画像の点対応から基礎行列を計算するために考案された方法である。基礎行列 F は対応点データに対して「エピ極線方程式」と呼ばれる拘束条件を満たす。そのようなデータに対する拘束を「外部拘束」と呼ぶ。一方、基礎行列 F は $\det F = 0$ という拘束がある。そのようなパラメータ自身の拘束を「内部拘束」と呼ぶ。内部拘束に対処する方法として、古くから

- (1) 内部拘束を考えずに最適化し、内部拘束を満たすように事後的に補正する,
- (2) 内部拘束が満たされるようにパラメータ化して、そのパラメータ空間を探索する,

の二通りがあったが、拡張 FNS 法は新たなパラメータを導入せず、

(3) 内部拘束が次第に満たされ、収束時には内部拘束が完全に満たされるように反復する

解法である。

本論文では、アフィン変換にさまざまな内部拘束を指定すれば並進、回転、剛体運動、相似変換などの部分群が実現されることに着目して、拡張 FNS 法を 3 次元点のアフィン変換の最適計算に適用する。従来の拡張 FNS 法はエピ極線方程式のようなスカラ方程式に対するものであったが、3 次元点の変換はベクトル方程式で表される。そこで従来の拡張 FNS 法をベクトル方程式に拡張する。そして、いろいろな内部拘束を付加してアフィン変換の部分群を統一的に計算する。本論文ではこれを内部拘束をもつ 3 次元アフィン変換の計算に適用する。そして、ステレオ視による 3 次元復元シミュレーションデータや GPS で計測した地盤の移動データを用いて、幾何学的モデル選択の具体的な実施例を示す。

2 地盤の GPS 計測データ解析

測地学者は世界中で地盤の変形を GPS によってモニターしている。2010 年 4 月、2011 年 1 月、2012 年 1 月における東北地方の電子基準点 8 点の x, y, z 座標とその共分散行列を用いて¹、2010 年 4 月と 2011 年 1 月、および 2011 年 1 月と 2012 年 1 月の間の地盤の動きとしてアフィン変換のさまざまな部分群を最適に当てはめる。そしてどの部分群が生じていると見なせるかを各モデルに対する幾何学的 AIC、幾何学的 BIC / MDL を計算してモデル選択する。

移動前と移動後の観測位置をそれぞれ $r = (x, y, z)^T$ 、 $r' = (x', y', z')^T$ とするとき、移動が「アフィン変換」であるとは、ある正則行列 A とベクトル t があって次の関係が成り立つことである。

$$r' = Ar + t \quad (1)$$

行列 A の要素とベクトル t の成分を次のように置く。

$$A = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ u_4 & u_5 & u_6 \\ u_7 & u_8 & u_9 \end{pmatrix}, \quad t = \begin{pmatrix} u_{10}L_0 \\ u_{11}L_0 \\ u_{12}L_0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

ただし、 L_0 は r, r' とほぼ同じ大きさの基準長である。これは r, r' の各成分がほぼ 0~1 となるような長さの単位を用いることに相当し、これによって有限長の数値計算が安定する。 x, y, z 座標とその共分散行列を用いた最尤推定はマハラノビス距離（以下「残差」と呼ぶ）を最小化することである（アフィン変換の部分群とその内部拘束の式、拡張 FNS 法による最適計算の方法は論文参照）。

各モデルに対する幾何学的 AIC、幾何学的 BIC、幾何学的 MDL はそれぞれ次のようになる（幾何学的 BIC と幾何学的 MDL は同じ値となる）。

$$\begin{aligned} \text{G-AIC} &= \hat{J} + 2(3N + p)\hat{\sigma}^2, \\ \text{G-BIC} = \text{G-MDL} &= \hat{J} - (3N + p)\hat{\sigma}^2 \log \frac{\hat{\sigma}^2}{L_0^2} \end{aligned} \quad (3)$$

¹ 国土地理院のサイト (<http://www.gsi.go.jp/>) から取得した電子基準点の GPS 観測データを元に以下のサイトにより計算した。<http://apps.gdgps.net/index.php> 計算した x, y, z 座標とその共分散行列の値は論文参照。

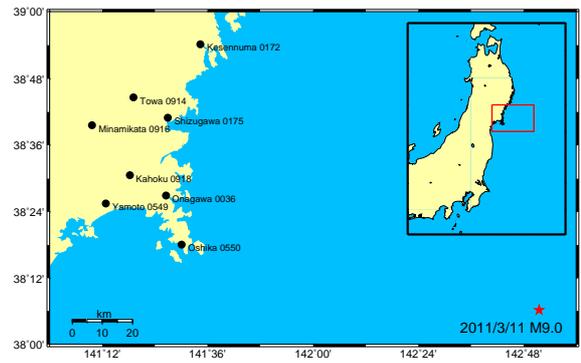


図 2 東北地方の電子基準点 8 点（黒丸）と 2011 年 3 月 11 日に起きた地震の震源（星印）。

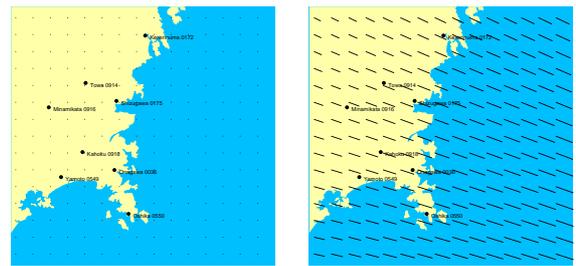


図 3 (a) 2010 年 4 月と 2011 年 1 月の間の地盤の動き (b) 2011 年 1 月と 2012 年 1 月の間の地盤の動き (いずれも 1000 倍に拡大)。

ただし、 \hat{J} は当てはめた残差 J の値であり、 N はデータ数である（この実験では電子基準点の数 8）。 p はモデルの自由度であり、図 1 のモデルに対しては、 $p = 12, 7, 6, 4, 4, 3, 3, 1, 0$ である。 $\hat{\sigma}^2$ はデータに含まれるノイズレベルの推定値である。モデルはすべて 3 次元アフィン変換の部分群であるから、どのモデルが正しいとしても次のように推定できる。

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{J}_0}{3N - 12} \quad (4)$$

ただし、 \hat{J}_0 はアフィン変換を当てはめた残差である。モデル選択規準が最小になるモデルが当てはまりの忠実さである残差と自由度をバランスする最適なモデルである。

2010 年 4 月と 2011 年 1 月のデータに対して、幾何学的 AIC は、単に並進が起こったと判断した。それに対して、幾何学的 BIC / MDL は地盤はまったく動いていないと判定した。幾何学的 BIC / MDL は幾何学的 AIC に比べて自由度の少ないモデルを選ぶ傾向が高いことが知られているが、ここにもそれが現れている。いずれにしても、この時期は地盤が非常に安定していて、例え動いたとしてもわずかな並進のみであると結論される。

一方、2011 年 1 月と 2012 年 1 月のデータに対しては、幾何学的 AIC も幾何学的 BIC / MDL もアフィン変換そのものを選んだ。すなわち、この地盤の動きはどの部分群によっても説明できないと判定している。これは 2011 年 3 月 11 日にこの地方で起きたマグニチュード 9.0 の大地震を反映するものである。地盤の動きを表示したものが図 3 (a)(b) である（いずれも 1000 倍に拡大）。